

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

Term-End Examination

June, 2011

MATHEMATICS

MTE-5 : ANALYTICAL GEOMETRY

*Time : 1½ hours**Maximum Marks : 25*

*Note : Question no. 5 is compulsory. Answer any three questions from question no. 1 to 4. Calculators are **not** allowed.*

1. (a) Find the equation of the normal to the parabola $y^2 + 4x = 0$ at the point where the line $y = x + c$ touches it. 2
- (b) Prove that the plane $2x - 3y + 6z = 6$ touches the conicoid $4x^2 - 9y^2 + 36z^2 = 36$, and find the point of contact. 3
2. (a) Obtain the equation of the conic, a focus of which lies at $(2, 1)$, the directrix of which is $x + y = 0$ and which passes through $(1, 4)$. Also identify the conic. 2
- (b) Find the equation of the spheres which pass through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $2x + 2y - 7 = 0$ and the touch the plane $x - y + z + 3 = 0$. 3

3. (a) Find the distance of the point of intersection 2
of the line $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{3}$ and the plane
 $2x - 3y + 4z + 4 = 0$ from the origin.
- (b) Reduce the equation 3
 $2x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 4x + 12y - 24z + 38 = 0$ to
the standard form. Hence identify the
surface it represents. Also identify the curve
represented by the intersection of this
surface and the plane $y + 2 = 0$.
4. (a) Find the equation of the normal to the 3
paraboloid $3x^2 + 4z^2 + 4y = 0$ at the point
(2, -4, 1). Also find the point where this
line again intersects the paraboloid.
- (b) Find the equation of the right circular cone 2
whose axis is x-axis, vertex is the origin and
the semi - vertical angle is $\frac{\pi}{3}$.
5. Are the following statements true or false ? (Give 10
reasons in support of your answers.
- (a) The equation $r = a\cos(\theta + \alpha) + b\sin(\theta + \alpha)$
represents a circle.
- (b) The direction ratios of $x - 5 = 5 - y, z = 5$ are
(1, 1, 5).
- (c) The intersection of a plane and a cone can
be a pair of lines.

(d) The equations

$$2x^2 + y^2 + 3z^2 + 4x + 4y + 18z + 34 = 0,$$

$2x^2 - y^2 = 4y - 4x$ represents a real conic.

(e) $4x^2 - 9y^2 + z^2 + 36 = 0$ represents a hyperboloid of one sheet.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा

जून, 2011

गणित

एम.टी.ई.-5 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : प्रश्न संख्या 5 करना जरूरी है। प्रश्न सं. 1 से 4 में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटर के प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (a) उस बिंदु पर परवलय $y^2 + 4x = 0$ के अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए जिस बिंदु पर रेखा $y = x + c$ परवलय को स्पर्श करती है। 2
- (b) सिद्ध कीजिए कि समतल $2x - 3y + 6z = 6$ शांकवज $4x^2 - 9y^2 + 36z^2 = 36$ को स्पर्श करता है, और स्पर्श बिन्दु ज्ञात किया है। 3
2. (a) उस शांकव का समीकरण प्राप्त कीजिए जिसकी नाभि $(2, 1)$, पर स्थित है, जिसकी नियता $x + y = 0$ है और जो $(1, 4)$ होकर गुजरता है। शांकव की पहचान भी कीजिए। 2

- (b) उन गोलों का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $2x + 2y - 7 = 0$ से होकर गुजरते हैं और समतल $x - y + z + 3 = 0$ को स्पर्श करते हैं। 3
3. (a) मूल बिंदु से रेखा $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{3}$ और समतल $2x - 3y + 4z + 4 = 0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु की दूरी ज्ञात कीजिए। 2
- (b) समीकरण : $2x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 4x + 12y - 24z + 38 = 0$ को मानक रूप में समानीत कीजिए। इस तरह इसके द्वारा निरूपित पृष्ठ को पहचानिए। इस पृष्ठ और समतल $y + 2 = 0$ के प्रतिच्छेद से निरूपित वक्र को भी पहचानिए। 3
4. (a) बिन्दु $(2, -4, 1)$ पर परवलयज $3x^2 + 4z^2 + 4y = 0$ के अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए। उस बिन्दु को भी ज्ञात कीजिए जहाँ यह रेखा परवलयज को दुबारा प्रतिच्छेद करती है। 3
- (b) उस लंब वृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अक्ष x -अक्ष है, शीर्ष मूलबिंदु है और अर्ध शीर्ष कोण $\frac{\pi}{3}$ है। 2

5. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य। अपने उत्तर के पक्ष में कारण बताइए। 10

(a) समीकरण $r = a\cos(\theta + \alpha) + b\sin\theta(\theta + \alpha)$ एक वृत्त को निरूपित करता है।

(b) $x - 5 = 5 - y$, $z = 5$ के दिक् अनुपात $(1, 1, 5)$ हैं।

(c) एक समतल और एक शंकु का प्रतिच्छेद रेखाओं का एक युग्म हो सकता है।

(d) समीकरण :

$$2x^2 + y^2 + 3z^2 + 4x + 4y + 18z + 34 = 0$$

$2x^2 - y^2 = 4y - 4x$ वास्तविक शांकव को निरूपित करते हैं।

(e) $4x^2 - 9y^2 + z^2 + 36 = 0$ एक पृष्ठी अतिपरवलयभज को निरूपित करता है।