

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME**Term-End Examination**

June, 2011

MATHEMATICS**MTE-4 : ELEMENTARY ALGEBRA**

Time : 1½ hours

Maximum Marks : 25

Instructions :

1. Students registered for both MTE-4 & MTE-5 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.
2. Students who have registered for MTE-4 or MTE-5 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.

Note : Answer *any three* questions from question nos. 1 to 4. Question no. 5 is *compulsory*. Calculators are *not allowed*.

01883

1. (a) Find the solution of the following system of equations by Cramer's rule, if possible. Otherwise use the Gaussian elimination method'. 3

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$2x + 3y + z = 11$$
- (b) Find the square roots of $1 + i$. 2

2. (a) If A is the set of all even integers and B is the set of all odd integers, then find $A \cup B$ and $(A \cup B)^C$. 2

- (b) For which values of x is $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & x & 1 \\ 0 & 1 & x \end{bmatrix}$ 3

non - singular ?

3. (a) If α, β and γ are the roots of the equation $x^3 - 6x^2 + 10x - 6 = 0$, find $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ and 2½

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$$

- (b) If $x, y \geq 1$, prove that 2½

$$n(1 + xy + x^2y^2 + \dots + x^{n-1}y^{n-1}) \geq (1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1})(1 + y + y^2 + \dots + y^{n-1})$$

Does this inequality still hold. If $x, y < 1$? Give reasons.

4. (a) Prove De Moivre's theorem for $n \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$. 2

- (b) An amount of Rs. 65,000 is invested in the shares of three companies at rates of 6%, 8% and 9% per annum, respectively. The total annual income is Rs. 4,800. The income from the third investment is Rs. 600/- more than the income from the second investment. Translate the situation into a system of three linear equations. 3

5. Which of the following statements are true and which are false? Justify your answers. 10

(a) All the cube roots of i in \mathbb{C} are

$$z_1 = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$$

$$z_2 = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \text{ and}$$

$$z_3 = \cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}$$

- (b) All the roots of the equation $x^3 - 4x - 105 = 0$ are real.
- (c) If A and H are respectively arithmetic and harmonic means of two unequal real numbers x and y , then $A > H$.
- (d) If $A \subseteq B \cup C$ for three sets A, B, C , then $A \subseteq B$ or $A \subseteq C$.
- (e) The geometric representation of an inconsistent system of linear equations is a point.
- _____

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा

जून, 2011

गणित

एम.टी.ई.-4 : प्रारंभिक बीजगणित

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

निर्देश :

1. जो छात्र एम.टी.ई.-4 और एम.टी.ई.-5 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्नपत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।
2. जो छात्र एम.टी.ई.-4 या एम.टी.ई.-5 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्नपत्र के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।

नोट : प्रश्न 5 करना जरूरी है। प्रश्न संख्या 1 से 4 में से कोई तीन प्रश्न कीजिए। कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. (a) यदि संभव है, तो निम्नलिखित समीकरण निकाय का क्रमर-नियम से हल ज्ञात कीजिए, अन्यथा गॉसिय निराकरण विधि द्वारा हल ज्ञात कीजिए।

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$2x + 3y + z = 11$$

- (b) $1 + i$ के वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

2. (a) यदि A सभी सम पूर्णाकों का समुच्चय है, तथा B सभी विषम पूर्णाकों का समुच्चय है, तो $A \cup B$ और $(A \cup B)^C$ ज्ञात कीजिए। 2

- (b) x के किस मान के लिए, $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & x & 1 \\ 0 & 1 & x \end{bmatrix}$ व्युत्क्रमणीय 3

है?

3. (a) यदि α , β और γ समीकरण $x^3 - 6x^2 + 10x - 6 = 0$ के मूल हैं, तो $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ और $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$ ज्ञात कीजिए। 2½

- (b) यदि $x, y \geq 1$ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि : 2½
- $$n(1 + xy + x^2y^2 + \dots + x^{n-1} \cdot y^{n-1})$$
- $$\geq (1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1})$$
- $$(1 + y + y^2 + \dots + y^{n-1})$$
- क्या यह असमिका तब भी सत्य है, जब $x, y < 1$ हैं? कारण दीजिए।

4. (a) $n \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ के लिए, द मुआव्र प्रमेय को सिद्ध कीजिए। 2

- (b) 65,000 रु. की एक धनराशि को तीन कंपनियों के शेयरों में क्रमशः 6%, 8% और 9% वार्षिक की दर से निवेशित किया जाता है। कुल वार्षिक आय 4,800 रु. है। तीसरी कंपनी से आय दूसरी कंपनी से होने वाली आय से 600 रु. अधिक है। इस स्थिति को तीन रैखिक समीकरणों के एक निकाय के रूप में लिखिए। 3

5. निम्नलिखित में से कौन-से कथन **सत्य** हैं और कौन-से **असत्य** 10 हैं? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए।

(a) C में, i के सभी घनमूल हैं :

$$z_1 = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$$

$$z_2 = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \text{ और}$$

$$z_3 = \cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}$$

- (b) समीकरण $x^3 - 4x - 105 = 0$ के सभी मूल वास्तविक हैं।
- (c) यदि A और H दो असमान वास्तविक संख्याओं x और y के क्रमशः समांतर और हरात्मक माध्य हैं, तो $A > H$ होता है।
- (d) यदि तीन समुच्चयों A, B, C के लिए $A \subseteq B \cup C$ है, तो $A \subseteq B$ या $A \subseteq C$ होगा।
- (e) रेखिक समीकरणों के असंगत निकाय का ज्यामितीय निरूपण एक बिंदु होता है।