

## BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

June, 2011

## MATHEMATICS

## MTE-3 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

*Note : Question no. 7 is compulsory. Do any four questions from question numbers 1 to 6. Use of calculator is not allowed.*

1. (a) Let  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  and  $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  be functions defined respectively by 4

$$f(x) = x^2 + 3x + 1, \quad g(x) = 2x - 3. \quad \text{Find}$$

(i)  $f \circ g$

(ii)  $\frac{f}{g}$

(iii)  $f \circ f$  and

(iv)  $f - g$ , if they exist and specify their domain also.

- (b) Evaluate 3

$$\int_0^1 \left( x e^x + \sin \frac{\pi x}{4} \right) dx.$$

- (c) The probabilities of A, B, C solving a problem are  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{7}$ , and  $\frac{3}{8}$  respectively. If all the three try to solve the problem simultaneously, find the Probability that exactly one of them can solve it. 3

2. (a) For 5 observations of pairs  $(x, y)$  of variables  $x$  and  $y$ , the following results are obtained :  $\Sigma x = 15$ ,  $\Sigma y = 25$ ,  $\Sigma x^2 = 55$ ,  $\Sigma y^2 = 135$ ,  $\Sigma xy = 83$ . Find the two lines of regression. Also estimate the values of  $x$  and  $y$ , if  $y = 12$  and  $x = 8$ . 5

- (b) Suppose a protein of mass  $m$  disintegrates into amino acids according to the formula  $m = \frac{28}{t+2}$ , where  $t$  indicates time. Find the average rate of reaction in the time interval  $t=0$  to  $t=2$ . 3

- (c) Find the term free of  $x$  in the Binomial expansion of  $\left(4x - \frac{5}{x^2}\right)^6$ . 2

3. (a) Calculate mode,  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ , and Quartile deviation for the following data : 5

09255

Marks	No. of Students
0 - 10	6
10 - 20	5
20 - 30	8
30 - 40	15
40 - 50	7
50 - 60	6
60 - 70	3

- (b) If  $u = \tan^{-1} \left( \frac{x^3 + y^3}{x + y} \right)$ , show that 3

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u.$$

- (c) Evaluate  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x^2 + 9} - 5}$ . 2

4. (a) Among 64 offsprings of a certain cross between guinea pigs, 34 were red, 10 were black and 20 were white. According to the genetic model these numbers should be in the ratio 9 : 3 : 4. Are the data consistent with the model at 5% level ? 4

[ The following values of  $\chi^2$  may be useful :

$$\chi_{3, .05}^2 = 7.81$$

$$\chi_{2, .05}^2 = 5.99$$

$$\chi_{1, .05}^2 = 3.84 ]$$

- (b) By eliminating  $a$  and  $b$ . Find the differential equation. Whose solution is given as : 3  
 $y^2 = a(b - x)(b + x)$ .
- (c) If vector  $a = 2i + j - 3k$  and  $b = i - 2j + k$ . Find 3  
 $|a \times b|$  and a unit vector perpendicular to both  $a$  and  $b$ .
5. (a) If  $X$  is a normal variate with mean 30 and variance 25, find the probabilities that 4  
 (i)  $26 \leq X \leq 40$   
 (ii)  $X \geq 45$   
 ( You may like to use the following values  
 $\phi(.8) = .7881$ ,  $\phi(2) = .9772$   
 $\phi(3) = .9987$ ,  $\phi(1) = .8413$  ).
- (b) Find four numbers forming a G. P in which 3  
 the third term is greater than the first by 9 and the second term is greater than the fourth by 18.
- (c) If the equation of the tangent at the point 3  
 $(2, 3)$  on the curve  $y^2 = ax^3 + b$  is  $y = 4x - 5$ , then find the values of  $a$  and  $b$ .
6. (a) Find the equation of the circle having the 3  
 line joining the points  $(1, 2)$  and  $(3, 4)$  as diameter. Also find its centre and radius.
- (b) Solve the differential equation : 4  

$$\frac{dy}{dx} = xy^3 - xy.$$

- (c) Find the asymptotes of the curve 3  
 $y^2(x-1) - x^3 = 0.$

7. State whether the following statements are true or false giving reasons in support of your answer : 2x5=10

(a) Given vectors  $a, b, c$ , if  $b=c$ , then  $a \times b = c \times a.$

(b) The function  
 $f(x) = x^2$  when  $x \neq 1$   
 $= 2$  when  $x=1$   
is discontinuous at  $x=1.$

(c) The algebraic sum of deviations of 20 observations measured from 30 is 20. Then the mean of these observations is 30.

(d) If  $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ ,  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{2}$  and

$$2P(A) = P(B) = P, \text{ then } P = \frac{1}{3}$$

(e) The correlation coefficient between two variables X and Y lies between 0 and 1.

---

विज्ञान स्नातक (बी. एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2011

गणित

एम.टी.ई.-3 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : प्रश्न सं. 7 अनिवार्य है। प्रश्न सं. 1 से 6 में से कोई चार प्रश्न कीजिए। कैलकुलेटरो का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (a) मान लीजिए फलन  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  और  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  क्रमशः 4

$$f(x) = x^2 + 3x + 1, g(x) = 2x - 3$$

द्वारा परिभाषित हैं। निम्नलिखित फलन ज्ञात कीजिए यदि इनका अस्तित्व है :

(i)  $f \circ g$

(ii)  $\frac{f}{g}$

(iii)  $f \circ f$  और

(iv)  $f - g$ , इन फलनों के प्रांत भी बताइए।

(b)  $\int_0^1 \left( x e^x + \sin \frac{\pi x}{4} \right) dx$  का मान निकालिए। 3

- (c) A, B, C द्वारा एक सवाल को हल करने की प्रायिकताएँ 3  
क्रमशः  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{7}$ , और  $\frac{3}{8}$  हैं। यदि तीनों एक साथ  
सवाल को हल करने का प्रयास करते हैं तो इसकी  
प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इनमें से ठीक एक ही इस  
सवाल को हल कर सकता है।

2. (a) चरों  $x$ , और  $y$  के पाँच प्रेक्षण-युग्मों  $(x, y)$  के निम्नलिखित 5  
परिणाम प्राप्त हुए :

$$\sum x = 15, \quad \sum y = 25, \quad \sum x^2 = 55, \quad \sum y^2 = 135,$$

$$\sum xy = 83$$

दो समाश्रयण रेखाएँ मालूम कीजिए। यदि  $y = 12$  और  
 $x = 8$  हों तब  $x$  और  $y$  के मानों का आकलन कीजिए।

- (b) मान लीजिए प्रोटीन का द्रव्यमान  $m$  सूत्र  $m = \frac{28}{t+2}$  के 3  
अनुसार अमीनो अम्लों में विभक्त होता है, जहाँ  $t$  समय  
को सूचित करता है। समय अन्तराल  $t=0$  से  $t=2$  में  
औसत प्रतिक्रिया दर ज्ञात कीजिए।

- (c)  $\left(4x - \frac{5}{x^2}\right)^6$  के द्विपद प्रसार में वह पद ज्ञात कीजिए 2  
जो  $x$  से मुक्त हो।

3. (a) निम्नलिखित आंकड़ों का बहुलक,  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ , और चतुर्थक विचलन परिकलित कीजिए : 5

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0 - 10	6
10 - 20	5
20 - 30	8
30 - 40	15
40 - 50	7
50 - 60	6
60 - 70	3

- (b) यदि  $u = \tan^{-1} \left( \frac{x^3 + y^3}{x + y} \right)$  तो दिखाइए कि 3

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u.$$

- (c) निम्नलिखित का मान निकालिए : 2

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x^2 + 9} - 5}.$$

4. (a) गिनी-पिग के बीच सहवास से पैदा हुए 64 बच्चों में से 34 लाल, 10 काले और 20 सफेद बच्चे पैदा हुए। जेनेटिक निदर्श के अनुसार इन संख्याओं का अनुपात 9 : 3 : 4 होना चाहिए। क्या 5% स्तर का ये आंकड़े निदर्श के सुसंगत हैं? 4



$[\chi^2$  के निम्नलिखित मान आपके लिए उपयोगी हो सकते हैं :

$$\chi_{3, .05}^2 = 7.81$$

$$\chi_{2, .05}^2 = 5.99$$

$$\chi_{1, .05}^2 = 3.84 ]$$

(b) a और b का निराकरण करके वह अवकल समीकरण 3

ज्ञात कीजिए जिसका हल निम्नानुसार है :

$$y^2 = a(b-x)(b+x).$$

(c) यदि सदिश  $a=2i+j-3k$  और  $b=i-2j+k$ . तब 3

$|a \times b|$  ज्ञात कीजिए और वह एकक सदिश ज्ञात कीजिए जो a और b पर लंब हो।

5. (a) यदि X माध्य 30 और प्रसारण 25 वाला प्रसामान्य विचर 4

हो तो प्रयिकताएं ज्ञात कीजिए जबकी :

(i)  $26 \leq X \leq 40$

(ii)  $X \geq 45$

(आप निम्नलिखित मानों का प्रयोग कर सकते हैं

$$\phi(.8) = .7881, \phi(2) = .9772$$

$$\phi(3) = .9987, \phi(1) = .8413 ).$$

(b) वे चार संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनसे एक ऐसी गुणोत्तर 3

श्रेणी बने जिसका तीसरा पद पहले पद से 9 अधिक हो और दूसरा पद चौथे पद से 18 अधिक हो।

- (c) यदि वक्र  $y^2 = ax^3 + b$  का बिंदु (2, 3) पर स्पर्श रेखा का समीकरण  $y = 4x - 5$  है तब a और b के मान ज्ञात कीजिए। 3

6. (a) एक ऐसे वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका व्यास बिन्दुओं (1, 2) और (3, 4) को जोड़ने वाली रेखा हो। वृत्त का केंद्र और त्रिज्या भी ज्ञात कीजिए। 3

- (b) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए : 4

$$\frac{dy}{dx} = xy^3 - xy.$$

- (c) वक्र  $y^2(x-1) - x^3 = 0$  के अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए। 3

7. बताइए निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य अपने उत्तर के पक्ष में कारण दीजिए : 2x5=10

- (a) यदि दिए गए सदिशों  $a, b, c$  के लिए  $b=c$ , तब  $a \times b = c \times a$ .

- (b) फलन  $f(x) = x^2$  जब  $x \neq 1$

$$= 2 \quad \text{जब } x=1$$

$x = 1$  पर असंतत है।

(c) 20 प्रेक्षणोंका विचलनों का 30 से मापे गए विचलनों का बीजगणितीय योग 20 है। तब इन प्रेक्षणों का माध्य 30 है।

(d) यदि  $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ ,  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{2}$  और

$$2P(A) = P(B) = P, \text{ तब } P = \frac{1}{3}.$$

(e) दो चरों X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक 0 और 1 के बीच स्थित होता है।

---