

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME**Term-End Examination****June, 2010****ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS****MTE-13 : DISCRETE MATHEMATICS***Time : 2 hours**Maximum Marks : 50*

Note : Question No. 1 is compulsory. Do any four questions from questions number 2 to 7. Calculators are not allowed.

1. Which of the following statements are **true** and **10** which are **false** ? Justify your answer with the help of a short proof or a counter example :
- (a) 'If every Bipartite graph is a tree, then every odd number is a prime' is a true statement.
 - (b) The number of onto functions from an n -element set to an m -element set where $m < n$, is $n! S_n^m$.
 - (c) The generating function for the sequence $\{a_n\}$, given by $a_n = n$ for $n \geq 0$, is $Z(1-Z)^{-2}$.
 - (d) If $K_{m,n}$ is Hamiltonian, then it is Eulerian.
 - (e) Every 3 - regular graph has a 3 - cycle.

2. (a) Show that the graphs K_5 and $K_{3,3}$ are non-planar. 4
- (b) Solve the recurrence relation $a_n - 7a_{n-1} + 10a_{n-2} = 0$, $n \geq 2$, $a_0 = 0$, $a_1 = 3$ using generating functions. 6
3. (a) How many integral solutions are there to the equation $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 16$, $x_i \geq 2$ for $i = 1, 2, \dots, 5$. 3
- (b) An apple costs Rs. 5, a banana Rs. 2 and a coconut Rs. 3. Let a_n be the number of ways in which you can buy n fruits in such a way that there are at least 3 apples and at most 15 bananas in your choice. Find the generating function for $\{a_n\}$. 4
- (c) Use mathematical induction to prove that $3^n > n^4$ for $n \geq 8$. 3
4. (a) Write the converse, contrapositive and negation of the following statement 'If I get 35 marks in MTE-13, I will pass MTE-13'. 3
- (b) Find the number of terms in the expansion of $(2x + 3y - 5z)^8$. 3
- (c) Set up a recurrence relation for n -digit sequences of numbers using only the integers $\{0, 1, 2\}$ and having an even number of zeros. 4

5. (a) Use the method of telescoping sums to sum the infinite series. 4

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots$$

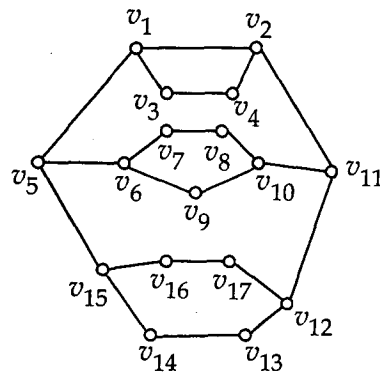
- (b) Team A has probability $\frac{2}{3}$ of winning 3

whatever it plays. Suppose team A plays four games. Find the probability that team A wins more than half of its games.

- (c) Without making a table of values, find the CNF for the Boolean expression 3

$$\{(x \wedge y') \vee (x \wedge z)\}' \vee z'$$

6. (a) Is the following graph Hamiltonian? Give reasons for your answer. 4



- (b) Draw the logic circuit for the expression **3**
 $(x \wedge y' \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y' \wedge z')$.
- (c) There are 10 points in 2 dimensional plane. **3**
 Four of these are collinear. Find the number
 of different straight lines that can be drawn
 by joining these points.
7. (a) Find all the graphs that have edge chromatic **3**
 number 1.
- (b) Write down the truth table of. **4**
 $\{(p \wedge \sim r) \wedge q\} \leftrightarrow \{(p \oplus q) \vee \sim r\}$
- (c) For the partition $5+4+3+3+2$, draw the **3**
 Ferrar graph and hence find its conjugate
 partition.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा

जून, 2010

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-13 : विविक्त गणित

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

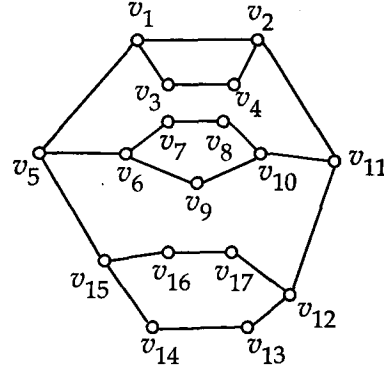
नोट : प्रश्न संख्या 1 करना जरूरी है। प्रश्न संख्या 2 से 7 में से कोई चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य और कौन से कथन असत्य है। संक्षिप्त उप पत्ति या प्रत्युदाहरण द्वारा अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। 10
- (a) 'यदि प्रत्येक द्विभाजित ग्राफ एक वृक्ष है तो प्रत्येक विषम संख्या एक अभाज्य संख्या है। यह एक सत्य कथन है।
- (b) एक n - अवयव समुच्चय से m - अवयव समुच्चय तक जाहाँ $m < n$, आच्छादक फलनों की संख्या $n! S_n^m$ है।

- (c) $n \geq 0$ के लिए $a_n = n$ द्वारा परिभाषित अनुक्रम $\{a_n\}$ के लिए जनक फलन $Z(1-Z)^{-2}$ है।
- (d) यदि $k_{m,n}$ हैमिल्टीनियन है, तब यह आयलरी होता है।
- (e) प्रत्येक 3 - नियमित ग्राफ में एक 3 - चक्र होता है।
2. (a) दिखाइए कि ग्राफ K_5 और $K_{3,3}$ असमतलीय हैं। 4
- (b) जनक फलनों द्वारा निम्नलिखित पुनरावृत्ति संबंध को हल कीजिए। 6
- $$a_n - 7a_{n-1} + 10a_{n-2} = 0, n \geq 2, a_0 = 0, a_1 = 3.$$
3. (a) $i = 1, 2, \dots, 5$ के लिए समीकरण $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 16, x_i \geq 2$ के कितने पूर्णाकीय हल हैं? 3
- (b) एक सेब की कीमत 5 रु. एक केले की कीमत 2 रु. और एक नारियल की कीमत 3 रु. है। मान लीजिए a_n उन तरिकों की संख्या है जिससे आप n फल इस तरह से खरीद सकते हैं कि चुनें गए n फलों में कम से कम 3 सेब और अधिक से अधिक 15 केले हों। $\{a_n\}$ के लिए जनक फलन ज्ञात कीजिए। 4
- (c) गणितीय आगमन द्वारा सिद्ध कीजिए कि $n \geq 8$ के लिए $3^n > n^4$. 3

4. (a) निम्नलिखित कथन का विलोम, प्रतिपरिवर्तित और निषेध 3
लिखिए।
'यदि मैं एम.टी.ई - 13 में 35 अंक प्राप्त कर लेता हूँ तो
मैं एम.टी.ई. - 13 में उत्तीर्ण हो जाऊँगा।'
- (b) $(2x + 3y - 5z)^8$ के प्रसार में पदों की संख्या ज्ञात 3
कीजिए।
- (c) केवल पूर्णाकों $\{0, 1, 2, \dots\}$ का प्रयोग करके n - अंक 4
वाली संख्याओं के अनुक्रम का, जिसमें सभी 0 सम
संख्या में हों, पुनरावृत्ति संबंध स्थापित कीजिए।
5. (a) टेलिस्कोपी योगफल - विधि से निम्नलिखित अनंत श्रेणी 4
का योगफल ज्ञात कीजिए।
$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots$$
- (b) टीम A की कोई भी खेल को जीतने की प्रायिकता $\frac{2}{3}$ 3
है। मान लीजिए टीम A चार खेल खेलती है। इसकी
प्रायिकता क्या है की टीम A इन चार में से आधे से
ज्यादा खेलों में जीत हासिल करती है।
- (c) मानों की तालिका बनाए बिना बूलीय अभिव्यंजक 3
 $\{(x \wedge y) \vee (x \wedge z)\}' \vee z'$ के लिए सर्व-निष्ठ
प्रसामान्य समघात (CNF) ज्ञात कीजिए।

6. (a) क्या निम्नलिखित ग्राफ हैमिल्टोनियन है? अपने उत्तर की कारण बताइए। 4



- (b) व्यंजक $(x \wedge y' \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y' \wedge z')$ का तर्क परिपथ बनाइए। 3
- (c) द्वि-विमीय समतल में 10 बिन्दु हैं। इनमें से चार बिन्दु सरेख हैं। उन सीधी रेखाओं की संख्या की ज्ञात कीजिए जो इन बिन्दुओं को जोड़कर बनाई जा सकती हैं। 3
7. (a) कोर वर्णिक संख्या वाले सभी ग्राफ ज्ञात कीजिए। 3
- (b) $\{(p \wedge \sim r) \wedge q\} \leftrightarrow \{(p \oplus q) \vee \sim r\}$ की सत्य सारिणी बनाइए। 4
- (c) विभाजन $5+4+3+3+2$ के लिए फेरेर ग्राफ बनाइए और इस तरह इसका संयुग्मी विभाजन ज्ञात कीजिए। 3