

## BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

Term-End Examination

December, 2010

## MATHEMATICS

## MTE-5 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : 1½ hours

Maximum Marks : 25

*Note : Question no. 5 is compulsory. Do any three questions from Question numbers 1 to 4. Calculators are not allowed.*

1. (a) Find the equation of the normal to the ellipse 2

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ at the point } (a \cos \theta, b \sin \theta).$$

- (b) Find the equation of the tangent plane to the cone  $2x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 6yz - xy - 4xz = 0$  at the point  $(1, 2, 3)$ , and write the direction cosines of its normal. 3

2. (a) Let  $S \equiv 4x^2 - 9y^2 - 36 = 0$  and  $S^1 \equiv y^2 - 4x = 0$  be two conics. Under what conditions on  $k$ , will the conic  $S + k S^1 = 0$  represent : 2

- (i) an ellipse ?  
(ii) a hyperbola ?

- (b) Find the condition that the plane  $lx + my + nz = p$  touches the conicoid  $2x^2 - 3y^2 + 4z^2 = 24$ . Hence obtain the values of  $a$  for which the plane  $ax - 3y + z = 1$  touches the given conicoid. 3
3. (a) Prove that the planes 2  
 $7x + 4y - 4z + 30 = 0$ ,  
 $36x - 51y + 12z + 17 = 0$ ,  
 $14x + 8y - 8z - 12 = 0$ ,  
and  $12x - 17y + 4z - 3 = 0$ ,  
form the four faces of a cuboid.
- (b) Reduce the equation. 3  
 $4x^2 - y^2 + 9z^2 - 12x + 24z = 0$   
to standard form. Hence identify the surface it represents. Further, identify the curves obtained when this surface intersects with the plane (i)  $2x = 3$ , and (ii)  $y = 0$ .
4. (a) The plane  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  meets the 2  
coordinate axes in A, B and C. Find the equation of the sphere through O, A, B and C, where O is the origin.
- (b) Prove that the path traced by the foot of the 3  
perpendicular from the focus of a parabola on any tangent to the parabola is the tangent at its vertex.

5. Are the following statements true or false? Give 10 reasons in support of your answers.

- (a) The equation  $\frac{3}{r} = 2 + \cos \theta$  represents an ellipse.
- (b) The angle between two lines with direction ratios  $\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}$  and  $2, 1, -2$  is  $\frac{\pi}{4}$ .
- (c) There is a unique conic that gives a cylinder if it is rotated about the  $x$ -axis.
- (d) All planar sections of a hyperboloid are hyperbolas.
- (e) The projection of a line segment AB on a line perpendicular to it is zero.
-



स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2010

गणित

एम.टी.ई.-5 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : प्रश्न संख्या 5 करना जरूरी है। प्रश्न सं. 1 से 4 में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटर के प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (a) बिन्दु  $(a \cos \theta, b \sin \theta)$  पर दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  2

के अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

(b) बिन्दु  $(1, 2, 3)$  पर शंकु 3

$2x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 6yz - xy - 4xz = 0$  के स्पर्श तल का समीकरण ज्ञात कीजिए, और इसके अभिलंब की दिक्कोज्याएँ लिखिए।

2. (a) मान लीजिए  $S \equiv 4x^2 - 9y^2 - 36 = 0$  और 2

$S^1 \equiv y^2 - 4x = 0$  दो शांकव हैं।  $k$  पर किन प्रतिबंधों के अधीन शांकव  $S + k S^1 = 0$  निम्नलिखित को निरूपित करता है?

- (i) एक दीर्घवृत्त  
(ii) एक अतिपरवलय
- (b) वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जिसके अधीन समतल 3  
 $lx + my + nz = p$  शांकवज  $2x^2 - 3y^2 + 4z^2 = 24$   
को स्पर्श करता है। इस तरह,  $a$  के वे मान प्राप्त कीजिए  
जिनके लिए समतल  $ax - 3y + z = 1$  दिए गए शांकवज  
को स्पर्श करता है।
3. (a) सिद्ध कीजिए कि समतल : 2  
 $7x + 4y - 4z + 30 = 0,$   
 $36x - 51y + 12z + 17 = 0,$   
 $14x + 8y - 8z - 12 = 0,$   
और  $12x - 17y + 4z - 3 = 0$   
घनाम के चार तल बनाते हैं।
- (b) समीकरण  $4x^2 - y^2 + 9z^2 - 12x + 24z = 0$  को 3  
मानक रूप में समानीत कीजिए। इस तरह इसके द्वारा  
निरूपित पृष्ठ को पहचानिए। इसके आगे, पृष्ठ के  
निम्न समतल के साथ प्रतिच्छेद करने पर प्राप्त होने वाले  
वक्रों को पहचानिए। (i)  $2x = 3,$  (ii)  $y = 0.$
4. (a) समतल  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1,$  बिन्दुओं A, B और C में 2  
निर्देशांक अक्षों को प्रतिच्छेद करता है। O, A, B और  
C से गुजरने वाले गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ  
O मूल बिन्दु है।

- (b) सिद्ध कीजिए कि परवलय की नाभि से किसी भी स्पर्श रेखा पर लंब-पाद द्वारा अनुरेखित पथ उस परवलय के शीर्ष पर स्पर्श रेखा होती है। 3

5. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। अपने उत्तरों के पक्ष में कारण दीजिए। 10

- (a) समीकरण  $\frac{3}{r} = 2 + \cos \theta$  एक दीर्घवृत्त को निरूपित करता है।

- (b) दिक् अनुपातों  $\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}$  और  $2, 1, -2$  वाली दो रेखाओं के बीच का कोण  $\frac{\pi}{4}$  है।

- (c) एक और केवल एक ऐसा शांकव है जिसे  $x$ -अक्ष के प्रति घुमाए जाने पर बेलन प्राप्त होता है।

- (d) अतिपरवलय के सभी समतलीय परिच्छेद अतिपरवलय होते हैं।

- (e) रेखा-खंड AB का उस रेखा पर प्रक्षेप शून्य है जो रेखा-खंड के लंब है।

