No. of Printed Pages : **15** **MTE-4**

01289

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

Term-End Examination

December, 2010

MATHEMATICS

MTE-4 : ELEMENTARY ALGEBRA

Time : 1½ hours *Maximum Marks : 25*

Instructions :

1. *Students registered for both MTE-4 & MTE-5 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment no., course code and course title clearly on both the answer books.*

2. *Students who have registered for MTE-4 or MTE-5 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

Note : *Answer* ***any three*** *questions from question nos.* **1** *to* **4**. *Question no. 5 is* ***compulsory***. *Calculators are* ***not*** *allowed.*

---

1. (a) Can you solve the following system of equations by Cramer's rule ? If so, solve it using this rule. If not, solve the given system of equations by elimination method. **2**

$x + 2y + 3z = 2$

$2x + 3y = 5$

$3x + 6y + 9z = 6$

(b) Show, by induction, that 2

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left[\frac{n\,(n+1)}{2}\right]^2, \forall\ n \geq 1$$

(c) Find the number of distinct solutions of $2x-3y=7,\ x,\ y < 0.$ 1

2. (a) For $z_1=3+4\,i$ and $z_2=4-3\,i$, write $\frac{z_1}{z_2}$ in polar and exponential form, and represent $\frac{z_1}{z_2}$ and z_1/z_2 in an Argand diagram. 3

(b) Prove that 2

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} =$$

$-(a-b)\,(b-c)\,(c-a)\,(ab+bc+ca)$

for real numbers a, b, c.

3. (a) For $x > 0$, $n \geq 1$, prove that 3

$1+x+x^2+\ldots+x^{2n} \geq (2n+1)x^n.$

(b) If $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, 2

$A=\{2, 3, 4, 5, 6\}$ and $B=\{4, 5, 6, 7, 8\}$ then verify $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$, where A denotes the complement of A in universal set U.

4. (a) If we know that the roots of the cubic equation $x^3 - 61x^2 - 8000 = 0$ are in G.P., then find the roots of the equation. 3

(b) Find the cardinality of $A \cap B$, where 2

$A = \{ 3n + 2 | 1 \leq n \leq 10 \} \subseteq Z$

$B = (\{ n \mid 1 \leq n \leq 15 \} \cap \{m \mid 2 \times m\}) \subseteq Z.$

5. Which of the following statements are ***true*** and which are ***false*** ? Justify your answer. 10

(a) $\left(\sqrt{2}, 1, \frac{1}{2}\right) \in Q \times Z \times R.$

(b) All the roots of the equation $x^3 - 8x - 3 = 0$ are real.

(c) If $x + y + z = 81$, then the least value of

$$x^{-1/3} + y^{-1/3} + z^{-\frac{1}{3}} \text{ is } 3^{-1/3}.$$

(d) The following system of equations can be solved by Cramer's rule :

$3x + 5y + 2z = 1$

$4x + y - 7 = 0$

(e) The following system of equations is consistent.

$2x + 3y = 5$

$x + y = 2$

$x - y = 1$

एम.टी.ई-4

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2010

गणित

एम.टी.ई.-4 : प्रारंभिक बीजगणित

समय : 1½ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

निर्देश :

1. *जो छात्र एम.टी.ई-4 और एम.टी.ई.-5 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्नपत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्क्रम कोड तथा पाठ्क्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।*
2. *जो छात्र एम.टी.ई.-4 या एम.टी.ई.-5 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्नपत्र के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।*

नोट : *प्रश्न **5** करना **जरूरी** है। प्रश्न संख्या **1** से **4** में से **कोई तीन** प्रश्न कीजिए। कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति **नहीं** है।*

---

1. (a) क्या आप निम्नलिखित समीकरण-निकाय, को क्रेमर-नियम द्वारा हल कर सकते हैं? यदि हाँ, तो इस नियम का प्रयोग करते हुए, इस निकाय को हल कीजिए। यदि नहीं, तो इस समीकरण-निकाय को निराकरण विधि से हल कीजिए। **2**

$$x + 2y + 3z = 2$$
$$2x + 3y \qquad = 5$$
$$3x + 6y + 9z = 6$$

(b) आगमन से यह दर्शाइए कि 2

$$1^3+2^3+3^3+\ \dots\ +n^3=\left[\frac{n\ (n+1)}{2}\right]^2,\ \forall\, n \geqslant 1.$$

(c) $2x-3y=7,\ x,\ y<0$ के अलग-अलग हलों की संख्या ज्ञात कीजिए। 1

2. (a) $z_1=3+4\,i$ और $z_2=4-3\,i$ के लिए $\dfrac{z_1}{z_2}$ को ध्रुवीय और चरघातांकीय रूपों में लिखिए, तथा z_1, z_2 और $\dfrac{z_1}{z_2}$ को आरगाँ आरेख में निरूपित कीजिए। 3

(b) वास्तविक संख्याओं a, b, c के लिए सिद्ध कीजिए कि : 2

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = -(a-b)\ (b-c)\ (c-a)\ (ab+bc+ca)$$

3. (a) $x>0,\ n\geqslant 1$ के लिए सिद्ध कीजिए कि : 3
$1+x+x^2+\ldots+x^{2n}\geqslant(2n+1)x^n$.

(b) यदि $U=\{\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\ \}$, 2
$A=\{\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\ \}$ और $B=\{\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\ \}$ हैं, तो सत्यापित कीजिए कि ($(A\cup B)^c=A^c\cap B^c$ है, जहाँ A^c समष्टीय समुच्चय U में A के पूरक को व्यक्त करता है।

4. (a) यदि त्रिघात समीकरण $x^3 - 61x^2 - 8000 = 0$ के मूल गुणोत्तर श्रेणी में हैं, तो इस समीकरण के मूल ज्ञात कीजिए। 3

(b) $A \cap B$ में अवयवों की संख्या ज्ञात कीजिए, जहाँ 2

$A = \{ 3n+2 \mid 1 \leq n \leq 10 \} \subseteq Z$

$B = (\{ n \mid 1 \leq n \leq 15 \} \cap \{m \mid 2 \times m\}) \subseteq Z.$

5. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से कथन असत्य हैं? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। 10

(a) $\left(\sqrt{2}, 1, \frac{1}{2}\right) \in Q \times Z \times R.$

(b) समीकरण $x^3 - 8x - 3 = 0$ के सभी मूल वास्तविक हैं।

(c) यदि $x + y + z = 81$ तो $x^{-1/3} + y^{-1/3} + z^{-\frac{1}{3}}$ का न्यूनतम मान $3^{\frac{-1}{3}}$ है।

(d) निम्नलिखित समीकरण-निकाय को क्रेमर-नियम से हल किया जा सकता है :

$3x + 5y + 2z = 1$

$4x + y - 7 = 0$

(e) निम्नलिखित समीकरण-निकाय संगत है :

$2x + 3y = 5$

$x + y = 2$

$x - y = 1$