

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)**Term-End Examination****December, 2010****MATHEMATICS****MTE-3 : MATHEMATICAL METHODS**

10314

*Time : 2 hours**Maximum Marks : 50*

Note : Question no. 7 is compulsory. Do any four questions from question numbers 1 to 6. Use of calculator is not allowed.

1. (a) State Euler's theorem and verify it for the 4

$$\text{function } f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{xy}.$$

- (b) A problem in mathematics is given to three 3
students A, B and C whose chances of

solving it are $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ and $\frac{1}{4}$ respectively.

What is the probability that the problem will be solved if all of them try independently ?

- (c) Twenty five pairs of values of variate X and Y led to the following results : 3
 $\Sigma X = 127$, $\Sigma Y = 100$, $\Sigma X^2 = 760$, $\Sigma Y^2 = 449$
 and $\Sigma XY = 500$. Find correlation coefficient between X and Y.

2. (a) Integrate $\int_1^2 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$. 3

- (b) Let $f : N \rightarrow N$ defined by $f(x) = x^2 + x + 1$. Is f surjective, injective or bijective ? 4

- (c) In eight throws of a die, 5 or 6 is considered as a success. Find the mean number of successes and standard deviation of number of successes. 3

3. (a) In a survey conducted to observe the life of a refrigerator, the following data is obtained : 5

Life (in years) :	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
No. of refrigerators :	2	7	12	19	9	1

Calculate mean deviation from median for this data.

- (b) Find the equation of a line passing through (1, 2, 3) and parallel to the planes $x - y + 2z = 5$ and $3x + y + z = 6$. 5

4. (a) If $y = \tan x$ prove that $\frac{d^2 y}{dx^2} = 2y \frac{dy}{dx}$. 2
- (b) Out of a sample of 120 persons in a village, 76 persons were administered a new drug for preventing influenza and out of them 24 persons were attacked by influenza. Out of those who were not administered the new drug, 12 persons were not attacked by influenza. Use a suitable test to examine whether the new drug is effective or not at 5% level of significance. You may like to use the following values : $\chi_{3,0.05}^2 = 7.815$, $\chi_{4,0.05}^2 = 9.488$, $\chi_{5,0.05}^2 = 11.070$. 5
- (c) The position vectors of the points P, Q, R are $i + 2j + 3k$, $-2i + 3j + 5k$ and $7i - k$ respectively. Prove that P, Q and R are collinear. 3
5. (a) Let X be a random variable with p.d.f $f(x) = ke^{-\theta x}$, $\theta > 0$, $x \geq 0$. Find (i) the constant k (ii) CDF of X (iii) mean of X (iv) Standard deviation of X. 4
- (b) Express the recurring decimal $.\bar{6} = .666\dots$ as an infinite geometric series and hence reduce it to a rational fraction. 2
- (c) Find the asymptotes of the following curve: 4
 $y^2(x-1) - x^3 = 0$.

6. (a) In a mass production process 0.1% of the articles are defective. Articles are packed in boxes of 1000. Find what proportion would contain 2 or more defective articles? 3
- (b) Solve the following differential equation 4
- $$\frac{dy}{dx} + \frac{2x}{x^2 - 1}y = e^x.$$
- (c) A random sample of 170 boys from 8502 boys in an area showed that 21 had some nutritional deficiency. Estimate the proportion of nutritionally deficient boys and the standard error of this estimate. 3

7. State whether the following statements are true or false giving reasons in support of your answer : 2x5=10

- (a) The maximum value of the product of two numbers, having sum 40, is 375.
- (b) If A and B are two mutually exclusive events then $P(A \cup B) = 1 - P(A' \cap B')$.
- (c) If Z is $N(0,1)$ then $P[Z \leq 0] = \frac{1}{2} = P(Z \geq 0)$
- (d) $x^3 = y^2(2a - x)$ is a curve passing through origin and is symmetrical about y axis.
- (e) If $f : R \rightarrow R$ and $g : R \rightarrow R$ are defined respectively by $f(x) = (x - 1)$ and $g(x) = x^2 \forall x \in R$ then $f \circ g = \text{gof}$.

विज्ञान स्नातक (बी. एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2010

गणित

एम.टी.ई.-3 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : प्रश्न 7 अनिवार्य है। प्रश्न 1 से 6 में से कोई चार प्रश्न कीजिए।
कैलकुलेटरो के प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (a) आयलर प्रमेय का कथन दीजिए और इसे फलन 4

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{xy} \text{ के लिए सत्यापित कीजिए।}$$

(b) तीन विद्यार्थियों A, B और C को गणित का एक सवाल 3

दिया जाता है और उनके द्वारा इसे हल करने की संभावनाएँ

क्रमशः $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ और $\frac{1}{4}$ हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि

यदि वे सभी इसे स्वतंत्र रूप से हल करने का प्रयास करें
तो सवाल का हल प्राप्त हो जाएगा ?

(c) विचर X और Y के मानों के 25 युग्मों के निम्नलिखित 3
परिणाम प्राप्त होते हैं :

$$\Sigma X = 127, \Sigma Y = 100, \Sigma X^2 = 760, \Sigma Y^2 = 449$$

और $\Sigma XY = 500$. X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक
ज्ञात कीजिए।

2. (a) $\int_1^2 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$ को समाकलित कीजिए। 3

(b) मान लीजिए $f : N \rightarrow N$ $f(x) = x^2 + x + 1$ द्वारा 4
परिभाषित है। बताइए f क्या है- आच्छादी, एकैकी या एकैकी आच्छादी?

(c) एक पांसे को आठ बार फेंकने पर 5 या 6 आने को 3
सफलता माना जाता है। सफलताओं की माध्य संख्या और सफल संख्याओं का मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

3. (a) फ्रिज की जीवन-अवधि (Life) का प्रेक्षण करने के 5
लिए एक सर्वेक्षण किया गया जिससे निम्नलिखित आँकड़ें प्राप्त हुए:

जीवन-अवधि (वर्षों में) :	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
फ्रिजों की संख्या :	2	7	12	19	9	1

इन आँकड़ों के लिए माध्यिका से माध्य विचलन परिकलित कीजिए।

(b) $(1, 2, 3)$ से गुजरने वाली और समतलों 5
 $x - y + 2z = 5$ और $3x + y + z = 6$ के समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

4. (a) यदि $y = \tan x$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2 y}{dx^2} = 2y \frac{dy}{dx}$ 2

- (b) एक गाँव के 120 व्यक्तियों के प्रतिदर्श में से 76 व्यक्तियों को फ्लू की रोकथाम के लिए एक नई औषधि दी गई और इनमें से 24 व्यक्ति फ्लू से ग्रसित हुए। जिन व्यक्तियों को नई औषधि नहीं दी गयी थी उनमें से 12 व्यक्ति फ्लू से अप्रभावित रहे। 5% सार्थकता स्तर पर नई औषधि प्रभावशाली रही या नहीं, इसकी जाँच करने के लिए एक उपयुक्त परीक्षण कीजिए। संभवतः आप निम्नलिखित मानों का प्रयोग करना चाहें : $\chi^2_{3,0.05} = 7.815$, $\chi^2_{4,0.05} = 9.488$, $\chi^2_{5,0.05} = 11.070$. 5
- (c) बिन्दुओं P, Q, R के स्थिति सदिश क्रमशः $i+2j+3k$, $-2i+3j+5k$ और $7i-k$ हैं। सिद्ध कीजिए कि P, Q और R सरैख हैं। 3
5. (a) मान लीजिए X, p.d.f. $f(x) = ke^{-\theta x}$; $\theta > 0, x \geq 0$ वाला यादृच्छिक चर है। निम्नलिखित ज्ञात कीजिए। 4
 (i) अचर k (ii) X का CDF (iii) X का माध्य (iv) X का मानक विचलन।
- (b) आवर्ती दशमलव $\bar{.6} = .666\dots$ को एक अनंत गुणोत्तर श्रेणी के रूप में लिखिए और फिर उसे परिमेय भिन्न में समानीत कीजिए। 2
- (c) वक्र $y^2(x-1) - x^3 = 0$ के अनंत स्पर्शी ज्ञात कीजिए। 4
6. (a) एक बड़ी उत्पादन प्रक्रिया में 0.1% वस्तुएँ खराब होती हैं। वस्तुओं को 1000-1000 के बक्सों में पैक किया जाता है। बताइए कि 2 या उससे अधिक खराब वस्तुओं के प्राप्त होने का अनुपात क्या होगा? 3

(b) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{2x}{x^2-1}y = e^x$ को हल कीजिए। 4

(c) एक क्षेत्र के 8502 लड़कों में से 170 का यादृच्छिक प्रतिदर्श दर्शाता है कि 21 लड़कों को कुछ पोषणात्मक हीनता है। पोषणात्मक कमी वाले लड़कों के अनुपात का आकलन कीजिए और इस आकलन की मानक त्रुटि ज्ञात कीजिए। 3

7. अपने उत्तर के पक्ष में कारण देते हुए बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य हैं। $2 \times 5 = 10$

(a) 40 योग वाली दो संख्याओं के गुणनफल का अधिकतम मान 375 है।

(b) यदि A और B दो परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं, तब $P(A \cup B) = 1 - P(A' \cap B')$

(c) यदि Z, N (0,1) हो, तब $P[Z \leq 0] = \frac{1}{2} = P(Z \geq 0)$

(d) $x^3 = y^2 (2a - x)$ एक ऐसा वक्र है जो मूल बिन्दु से गुजरता है और जो y अक्ष के प्रति सममितीय है।

(e) यदि $f: R \rightarrow R$ और $g: R \rightarrow R$, क्रमशः $f(x) = (x-1)$ और $g(x) = x^2 \forall x \in R$ द्वारा परिभाषित हैं, तब $f \circ g = g \circ f$