No. of Printed Pages : 12

MTE-12

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

01822

Term-End Examination

December, 2010

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

*Note : Attempt **five** questions in all. Question no. **1** is **compulsory**. Do any **four** questions out of question no. 2 to 7. Calculators are **not** allowed.*

1. Which of the following statements are ***true*** and which are ***false*** ? Give reasons for your answer. **2x5=10**

(i) Every convex set has infinitely many points

(ii) If a primal LPP is feasible and unbounded, its dual is infeasible.

(iii) Every 3x3 pay off matrix has a unique saddle point.

(iv) A transportation model that is initially unbalanced may require the addition of both, a dummy source and a dummy destination to balance the problem.

(v) If a constant value is added to every cost element Cij of a transportation problem, the optimal values of the variables x_{ij} will change.

2. (a) Use simplex method to solve the following LPP : 7

Max $3x_1 + 4x_2 + 5x_3$

Subject to $x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 10$

$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12$

$3x_1 + x_2 + x_3 \leq 15$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

(b) Write the mathematical model of the following cost minimising assignment problem 3

	M_1	M_2	M_3
J_1	2	5	7
J_2	4	9	10
J_3	7	3	5

3. (a) Find all the basic solutions for the equations 5

$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 3$

$6x_1 + 12x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2$

(b) Solve the following linear programming problem by graphical method ; 5

Max $Z = 5x_1 + 7x_2$

Subject to $x_1 + x_2 \leq 4$

$3x_1 + 8x_2 \leq 24$

$10x_1 + 7x_2 \leq 35$

$x_1, x_2 \geq 0$

4. (a) Following is an initial basic feasible solution for a given balanced transportation problem. 5

01822

	D_1	D_2	D_3	D_4	availability
O_1	1 (20)	2 (10)	1	4	30
O_2	3	3 (30)	2 (20)	1	50
O_3	4	2	5 (10)	9 (10)	20
Requirement	20	40	30	10	

Use the U-V method to test whether this feasible solution is optimal. If it is not optimal, carry out as many iterations as necessary to find the optimal solution.

(b) Using two phase method, check whether the following LPP has a feasible solution. 5

Max $4x_1 + 3x_2$

Subject to $3x_1 + 4x_2 \leq 6$

$5x_1 + 6x_2 \leq 15$

$x_1, x_2 \geq 0$

5. (a) The profit on assigning different machines to different operators is given in the table below. Find an assignment of operators to machines that gives the maximum production. 5

		Machines				
		A	B	C	D	E
Operators	I	10	5	7	8	11
	II	11	4	9	10	11
	III	8	4	9	7	11
	IV	7	5	6	4	11
	V	8	9	7	5	11

(b) Old hens (which lay less eggs) can he bought at Rs. 20 each and young ones which lay more eggs at Rs 50 each. The old hens lay 3 eggs per week and the young hens lay 5 eggs per week and each egg is sold for Rs. 1.50. A hen (young or old) costs Rs.1.50 per week to feed. There is space to house at most 20 hens. If I have only Rs 800 to buy the hens and I have to make a profit of at least Rs. 60 per week how many hens of each kind should I buy to maximise my profit formulate this problem as an LPP 5

6. (a) Two firms A and B are competing for business under the conditions so that one firm's gain is another firm's loss. Firm A's pay-off matrix is given below : 5

		Firm B		
		No advertising	Medium advertising	Heavy advertising
Firm A	No advertising	10	5	– 2
	Medium advertising	13	12	15
	Heavy advertising	16	14	10

use dominance property to find optimum strategies for the two firms and the optimal values of the game

(b) Check whether $(1, -\frac{1}{4})$ is in the convex hull of the points P $(-1,2)$, Q $(1,3)$ and R $(4, -2)$. 5

7. (a) Solve the following game using the algebraic method 7

B's strategy

A's strategy		B_1	B_2	B_3
	A_1	5	6	2
	A_2	7	2	5
	A_3	4	5	6

(b) Find an initial basic feasible solution to the following transportation problem by matrix minima method. 3

	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	12	18	6	16	20
S_2	4	12	3	10	30
S_3	9	7	15	13	40
	30	30	25	25	

एम.टी.ई.-12

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2010

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *कुल **पाँच** प्रश्न कीजिए। प्रश्न सं. 1 **अनिवार्य** है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से **किन्हीं चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति **नहीं** है।*

---

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए। 2x5=10

   (i) प्रत्येक अवमुख समुच्चय में अनंततः कईं बिन्दु होते हैं।

   (ii) यदि आद्य LPP सुसंगत और अपरिबद्ध है तो इसकी द्वैती असंगत होगी।

   (iii) प्रत्येक 3x3 भुगतान-आव्यूह का एक अद्वितीय पल्याण बिन्दु होता है।

   (iv) एक परिवहन निदर्श जो प्रारंभ में असंतुलित होता है, उसे संतुलित करने के लिए एक अतिरिक्त कृत्रिम स्रोत और एक अतिरिक्त कृत्रिम गंतव्य दोनों की आवश्यकता हो सकती है।

(v) यदि परिवहन समस्या के प्रत्येक लागत अवयव cij में अचर मान जोड़ दिया जाए तो चर xij के मान बदल जाएंगे।

2. (a) निम्नलिखित LPP को एकधा विधि से हल कीजिए 7

$3x_1 + 4x_2 + 5x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 10$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 \leq 15$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(b) निम्नलिखित लागत न्यूनतमकारी नियतन समस्या का गणितीय निदर्श लिखिए: 3

	M_1	M_2	M_3
J_1	2	5	7
J_2	4	9	10
J_3	7	3	5

3. (a) निम्नलिखित समीकरणों के सभी आधारी हल ज्ञात कीजिए: 5

$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 3$$

$$6x_1 + 12x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2$$

(b) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफीय विधि से हल कीजिए: 5

$Z = 5x_1 + 7x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि $x_1 + x_2 \leq 4$

$3x_1 + 8x_2 \leq 24$

$10x_1 + 7x_2 \leq 35$

$x_1, x_2 \geq 0$

4. (a) निम्नलिखित दी गई संतुलित परिवहन समस्या का एक प्रारंभिक आधारी सुसंगत 5

	D_1	D_2	D_3	D_4	उपलब्धता
O_1	1 (20)	2 (10)	1	4	30
O_2	3	3 (30)	2 (20)	1	50
O_3	4	2	5 (10)	9 (10)	20
आवशयकता	20	40	30	10	

U-V विधि से जाँच कीजिए कि क्या यह सुसंगत हल इष्टतम है। यदि यह इष्टतम नहीं है तो इष्टतम हल प्राप्त करने के लिए जितनी आवश्यकता हों उतनी पुनरावृत्तियाँ कीजिए।

(b) द्वि-चरण विधि से जाँच कीजिए कि निम्नलिखित LPP का सुसंगत हल है या नहीं 5

$4x_1 + 3x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि $3x_1 + 4x_2 \leq 6$

$5x_1 + 6x_2 \leq 15$

$x_1, x_2 \geq 0$

5. (a) अलग-अलग आपरेटरों को अलग-अलग मशीनें नियतन करने पर प्राप्त किया गया लाभ नीचे तालिका में दिया गया है। मशीन के आपरेटरों का वह नियतन ज्ञात कीजिए जिससे अधिकतम लाभ प्राप्त हो। 5

		मशीनें				
		A	B	C	D	E
आपरेटर	I	10	5	7	8	11
	II	11	4	9	10	11
	III	8	4	9	7	11
	IV	7	5	6	4	11
	V	8	9	7	5	11

(b) एक बूढ़ी मुर्गी (जो कम अंडे देती है) को 20 रु. प्रति मुर्गी और कम उम्र की मुर्गी (जो ज्यादा अंडे देती है) को 50 रु. प्रति मुर्गी के अनुसार खरीदा जा सकता है। बूढ़ी मुर्गी प्रति सप्ताह 3 अंडे और कम उम्र की मुर्गी 5 अंडे प्रति सप्ताह देती है और प्रत्येक अंडा को 1.50 रु. में 5

बेचा जाता है। दोनों मुर्गियों के आहार की लागत 1.50 रु. प्रति सप्ताह है। मेरे पास ज्यादा से ज्यादा 20 मुर्गियों के लिए स्थान है। यदि मेरे पास मुर्गियाँ खरीदने के लिए केवल 800 रु. हैं और मैं प्रति सप्ताह कम से कम 60 रु. लाभ कमाना चाहता हूँ तो मुझे प्रत्येक प्रकार की कितनी मुर्गियाँ खरीदनी होंगी ताकि मैं लाभ का अधिकतमीकरण कर सकूँ। इस समस्या को LPP के रूप में सूत्रित कीजिए।

6. (a) दो फर्में A और B व्यापार के लिए इन परिस्थितियों में एक दूसरे से प्रतिस्पर्धा कर रही है कि एक फर्म को व्यापार में जितना मुनाफा होता है उतना ही दूसरी फर्म को हानि (घाटा) होता है। फर्म का भुगतान आव्यूह नीचे दिया गया है: 5

		फर्म B		
		कोई विज्ञापन नही	मध्यम विज्ञापन	अत्यधिक विज्ञापन
फर्म A	कोई विज्ञापन नही	10	5	– 2
	मध्यम विज्ञापन	13	12	15
	अत्यधिक विज्ञापन	16	14	10

प्रमुखता गुणधर्म लागू करके दो फर्मों की इष्टतम युक्तियाँ और इष्टतम मान बताइए।

(b) जाँच कीजिए कि $(1, -\frac{1}{4})$ बिन्दुओं P $(-1,2)$, Q $(1,3)$ और R $(4,-2)$ के अवमुख समावरक में है या नहीं। 5

7. (a) बीजगणितीय विधि से निम्नलिखित खेल को हल कीजिए : 7

B की युक्ति

A की युक्ति	B_1	B_2	B_3
A_1	5	6	2
A_2	7	2	5
A_3	4	5	6

(b) आव्यूह न्यूनतम विधि से निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारंभिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए। 3

	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	12	18	6	16	20
S_2	4	12	3	10	30
S_3	9	7	15	13	40
	30	30	25	25	