

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)**Term-End Examination****June, 2015****PHYSICS****PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-II***Time : 1 $\frac{1}{2}$ hours**Maximum Marks : 25*

*Note : Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings.*

1. Attempt any **three** parts : 3×4=12

(a) Show that the equation

$$3x(xy - 2) dx + (x^3 + 2y) dy = 0$$

is exact and determine its solution.

(b) Solve the following equation :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3 + y^3}{xy^2}$$

(c) Show that the function $f(x, t) = x^2 + 9t^2$ satisfies the wave equation $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$.

Hence, obtain the value of c .

- (d) Find the particular integral of the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = x + \frac{x^2}{2}$$

- (e) Use the method of separation of variables to reduce the Laplace's equation $\nabla^2 f = 0$ into three ODEs.

2. Write down the differential equation for a particle falling vertically from rest under a constant force of gravity ($\vec{F} = m\vec{g}$) and a resistive force proportional to its velocity. Solve its equation of motion to obtain its velocity and position as a function of time. 1+5=6

OR

- For the ODE, $\frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2xy = 0$, obtain the coefficients of the power series solution. 6

3. Plot the periodic function $f(x) = x$ $\{-\pi \leq x \leq \pi$ where $f(x + 2\pi) = f(x)$. Expand it in a Fourier series. 1+6=7

OR

Heat flow from an insulated bar of length L with both its ends at 0°C satisfies the following diffusion equation :

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} (x, t), \quad (0 < x < L, t > 0)$$

Write down the boundary conditions for the problem and obtain the general solution.

7

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2015

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट: सभी प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. किन्हीं तीन भागों के उत्तर दीजिए :

$3 \times 4 = 12$

(क) दिखाइए कि निम्नलिखित समीकरण यथातथ है और इसे हल कीजिए :

$$3x(xy - 2) dx + (x^3 + 2y) dy = 0$$

(ख) निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3 + y^3}{xy^2}$$

(ग) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x, t) = x^2 + 9t^2$ तरंग

समीकरण $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ को सन्तुष्ट करता है।

अतः, c का मान भी प्राप्त कीजिए।

(घ) निम्नलिखित समीकरण का विशेष समाकल ज्ञात कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = x + \frac{x^2}{2}$$

(ङ) चर पृथक्करण विधि के प्रयोग से लाप्लास समीकरण $\nabla^2 f = 0$ को तीन साधारण अवकल समीकरणों में विभक्त कीजिए ।

2. एक अचर गुरुत्वाकर्षण बल ($\vec{F} = m\vec{g}$) और इसके वेग के समानुपाती एक प्रतिरोधक बल के अधीन, एक कण विरामावस्था से ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर गिरता है । कण की गति के संगत अवकल समीकरण लिखिए और इसके समीकरण को हल करके कण की स्थिति और उसका वेग समय के फलन के रूप में प्राप्त कीजिए ।

1+5=6

अथवा

निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के घात श्रेणी हल के गुणांक प्राप्त कीजिए :

6

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2xy = 0$$

3. निम्नलिखित आवर्ती फलन को आलेखित कीजिए :

$f(x) = x$ $\{-\pi \leq x \leq \pi$ जहाँ $f(x + 2\pi) = f(x)$ है । इस

फलन का फूरिए श्रेणी में प्रसार प्राप्त कीजिए ।

1+6=7

अथवा

लम्बाई L वाला एक समांग छड़ ऊष्मारोधी पदार्थ से घिरा है। उसके दोनों सिरे 0°C तापमान पर हैं। छड़ में प्रवाहित ऊष्मा निम्नलिखित विसरण समीकरण को सन्तुष्ट करती है :

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} (x, t), (0 < x < L, t > 0)$$

इस समस्या के लिए परिसीमा प्रतिबन्ध लिखिए और व्यापक हल प्राप्त कीजिए।

7