No. of Printed Pages : 12

MTE-12

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

00348

June, 2015

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

(Weightage : 70%)

Note : *Question no. **1** is **compulsory**. Answer any **four** questions out of questions no. **2** to **7**. Use of calculators is **not** allowed.*

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer. *10*

(a) In a two-dimensional LPP solution, the objective function can assume the same value at two distinct extreme points.

(b) Both the primal and dual of an LPP can be infeasible.

(c) An unrestricted primal variable converts into an equality dual constraint.

(d) In a two-person zero-sum game, if the optimal solution requires one player to use a pure strategy, the other player must do the same.

(e) If 10 is added to each entry of a row in the cost matrix of an assignment problem, then the total cost of an optimal assignment for the changed cost matrix will also increase by 10.

2. (a) Solve the following linear programming problem using simplex method : *6*

Maximize $z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$

subject to $2x_1 + 3x_2 \leq 8$

$2x_2 + 5x_3 \leq 10$

$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 15$

$x_1, x_2 x_3 \geq 0$

(b) Using the principle of dominance, reduce the size of the following game :

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 8 \\ 7 & 5 & -1 \\ 6 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

Hence solve the game. *4*

3. (a) Find all basic feasible solutions for the following set of equations : *6*

$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 3$

$6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

(b) Examine convexity of the following sets : 4

(i) $S_1 = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \mid 4x_1 + 3x_2 \leq 6, x_1 + x_2 \geq 1\}$

(ii) $S_2 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 \geq 1\}$

4. (a) Solve the following linear programming problem by graphical method : 5

Maximize $z = 5x_1 + 7x_2$

subject to $x_1 + x_2 \leq 4$

$3x_1 + 8x_2 \leq 24$

$10x_1 + 7x_2 \leq 35$

$x_1, x_2 \geq 0$

(b) Find the dual of the following LPP : 5

Minimize $z = x_1 + x_2 + x_3$

subject to $x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5$

$x_1 - 2x_2 \leq 3$

$2x_2 - x_3 \geq 4$

$x_1, x_2 \geq 0$ and x_3 is unrestricted in sign.

5. (a) Find the initial basic feasible solution of the following transportation problem using matrix-minima method :

		Destinations			Supply
		I	II	III	
Sources	A	2	7	4	5
	B	3	3	1	8
	C	5	4	7	7
	D	1	6	2	14
Demand		7	9	18	34

Also, find the optimal solution. *5*

(b) Solve the following game graphically : *5*

		Player 'B'	
		B_1	B_2
Player 'A'	I	2	7
	II	3	5
	III	11	2

6. (a) A firm manufactures two types of products, A and B, and sells them at a profit of ₹ 2 on type A and ₹ 3 on type B. Each product is processed on two machines M_1 and M_2. Type A requires one minute of processing time on M_1 and two minutes on M_2; type B requires one minute on M_1 and one minute on M_2. The machine M_1 is available for not more than 6 hours 40 minutes while machine M_2 is available for 10 hours during any working day.

Formulate the problem as LPP. *4*

(b) Solve the following assignment problem : *6*

	A	B	C	D	E
I	2	9	2	7	1
II	6	8	7	6	1
III	4	6	5	3	1
IV	4	2	7	3	1
V	5	3	9	5	1

7. (a) The following table is obtained in the intermediate stage while solving an LPP by simplex method :

	C_i's	30	23	29	0	0	
B	C_B	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	R.H.S.
S_1	0	0	2	– 9/2	1	– 3/2	31/2
X_1	30	1	1/2	5/4	0	1/4	7/4

Check whether an optimal solution of the LPP will exist or not. *3*

(b) Write the LPP model of the following transportation problem : *3*

5	7	6	4	70
2	8	3	1	50
1	7	4	5	90
50	40	50	70	

(c) Find the range of values of p and q which will render the entry (2, 2), a saddle point for the following game : *4*

	Player B		
Player A	2	4	5
	10	7	q
	4	p	6

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2015
ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

(कुल का : 70%)

नोट : *प्रश्न सं. 1 करना **अनिवार्य** है । प्रश्न सं. 2 से 7 में से कोई **चार** प्रश्न कीजिए । कैल्कुलेटरों के प्रयोग करने की अनुमति **नहीं** है ।*

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य ? अपने उत्तर को एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण द्वारा स्पष्ट कीजिए । *10*

   (क) एक द्वि-विमीय LPP के हल में, उद्देश्य फलन का मान दो अलग-अलग चरम बिन्दुओं पर समान हो सकता है ।

   (ख) एक LPP के आद्य और द्वैती दोनों असंगत हो सकते हैं ।

   (ग) एक अप्रतिबंधित आद्य चर, एक द्वैती व्यवरोध समिका में बदल जाता है ।

   (घ) एक द्वि-व्यक्ति शून्य-योग खेल में, यदि इष्टतम हल के लिए एक खिलाड़ी अविकल्पी युक्ति का प्रयोग करता है, तो दूसरे खिलाड़ी को भी वही करना चाहिए ।

(ङ) यदि नियतन समस्या के खर्च-आव्यूह की एक पंक्ति के प्रत्येक अवयव में 10 जोड़े जाते हैं, तो बदले हुए खर्च-आव्यूह के इष्टतम नियतन का कुल खर्च भी 10 बढ़ जाता है ।

2. (क) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को एकधा विधि द्वारा हल कीजिए : *6*

$z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि $2x_1 + 3x_2 \leq 8$

$2x_2 + 5x_3 \leq 10$

$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 15$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

(ख) प्रमुखता नियम का प्रयोग करके निम्नलिखित खेल का आमाप घटाइए :

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 8 \\ 7 & 5 & -1 \\ 6 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

इस प्रकार खेल को हल कीजिए । *4*

3. (क) निम्नलिखित समीकरणों के संकाय के सभी आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए : *6*

$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 3$

$6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

(ख) निम्नलिखित समुच्चयों की अवमुखता की जाँच कीजिए : 4

(i) $S_1 = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \mid 4x_1 + 3x_2 \leq 6, x_1 + x_2 \geq 1\}$

(ii) $S_2 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 \geq 1\}$

4. (क) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 5

$z = 5x_1 + 7x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि $x_1 + x_2 \leq 4$

$3x_1 + 8x_2 \leq 24$

$10x_1 + 7x_2 \leq 35$

$x_1, x_2 \geq 0$

(ख) निम्नलिखित LPP की द्वैती ज्ञात कीजिए : 5

$z = x_1 + x_2 + x_3$ का न्यूनतमीकरण कीजिए

जबकि $x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5$

$x_1 - 2x_2 \leq 3$

$2x_2 - x_3 \geq 4$

$x_1, x_2 \geq 0$ और x_3 चिह्न में अप्रतिबंधित है ।

5. (क) आव्यूह-न्यूनतम विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए :

		गंतव्य			पूर्ति
		I	II	III	
स्रोत	A	2	7	4	5
	B	3	3	1	8
	C	5	4	7	7
	D	1	6	2	14
माँग		7	9	18	34

इष्टतम हल भी ज्ञात कीजिए । 5

(ख) निम्नलिखित खेल को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 5

		खिलाड़ी 'B'	
		B_1	B_2
खिलाड़ी 'A'	I	2	7
	II	3	5
	III	11	2

6. (क) एक फर्म A और B दो प्रकार के उत्पाद बनाती है, और उन्हें प्रकार A पर ₹ 2 और प्रकार B पर ₹ 3 के लाभ से बेचती है । प्रत्येक उत्पाद दो मशीनों M_1 और M_2 द्वारा तैयार होता है । A प्रकार के उत्पाद को बनाने के लिए M_1 का एक मिनट और M_2 के 2 मिनट लगते हैं और B प्रकार के उत्पाद को बनाने के लिए M_1 का एक मिनट और M_2 का एक मिनट लगता है । किसी भी एक कार्य दिवस में, मशीन M_1 6 घंटे 40 मिनट से अधिक उपलब्ध नहीं है जबकि मशीन M_2 10 घंटे के लिए ही उपलब्ध है ।

समस्या को LPP के रूप में सूत्रित कीजिए । *4*

(ख) निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिए : *6*

	A	B	C	D	E
I	2	9	2	7	1
II	6	8	7	6	1
III	4	6	5	3	1
IV	4	2	7	3	1
V	5	3	9	5	1

7. (क) एकधा विधि द्वारा एक LPP को हल करते हुए मध्यवर्ती चरण में प्राप्त की गई एक तालिका निम्नलिखित है :

	C_i's	30	23	29	0	0	
B	C_B	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	R.H.S.
S_1	0	0	2	– 9/2	1	– 3/2	31/2
X_1	30	1	1/2	5/4	0	1/4	7/4

जाँच कीजिए कि LPP के इष्टतम हल का अस्तित्व है या नहीं । *3*

(ख) निम्नलिखित परिवहन समस्या का LPP निदर्श लिखिए : 3

5	7	6	4	70
2	8	3	1	50
1	7	4	5	90
50	40	50	70	

(ग) p और q के मानों की वह सीमा ज्ञात कीजिए जो कि निम्नलिखित खेल के अवयव (2, 2) को पल्याण बिन्दु बना दे : 4

	खिलाड़ी B		
खिलाड़ी A	2	4	5
	10	7	q
	4	p	6