

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

June, 2024

MTE-13 : DISCRETE MATHEMATICS

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

Note : Q. No. 1 is compulsory answer any four questions from Q. Nos. 2 to 7. Use of calculators are not allowed.

1. Which of the following statements are True and which are False ? Justify your answers : $5 \times 2 = 10$
 - (i) Q_3 is Hamiltonian.
 - (ii) The number of partitions of 6 is 9.
 - (iii) The generating function of the recurrence relation :

$$a_n - 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 0$$

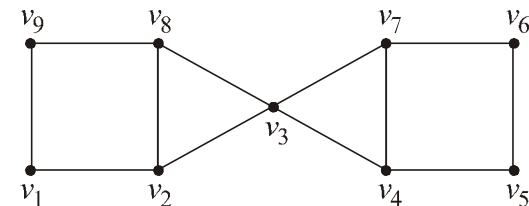
is $\frac{\sin x}{(x-1)(x-2)}$.

P.T.O.

- (iv) The statement “If every odd number is a prime, then every square is a rectangle”. is a true statement.
 - (v) There is a graph G with degree sequence (1, 2, 3, 3, 4, 6).
2. (a) A box contains 4 blue and 6 orange balls. Six balls are selected from the box at random. What is the probability that three of the selected balls will be blue and three will orange ?
 - (b) Check whether the following argument is valid :

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ \hline p \vee r \\ \hline \therefore q \vee s \end{array}$$

3. (a) Calculate the stirling number, S_4^3 .
- (b) Find the chromatic number of the graph given below :



[3]

MTE-13

(c) Use mathematical induction to prove that :

$$(n + 1)^2 < 2n^2$$

for all $n \geq 3$. 4

4. (a) Use the method of contradiction to show that for $x \in \mathbb{R}$, if $2x^3 + 6x^2 + 5x = 0$, then $x = 0$. 4

(b) Show that if any 11 numbers are chosen from the set $\{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$, then one of them will be a multiple of another. 6

5. (a) Show that the number of partitions of 10 into distinct parts (integers) is equal to the number of partitions of 10 into odd parts. 5

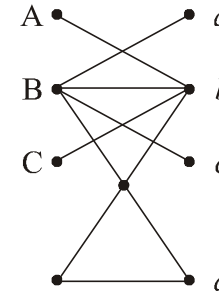
(b) Draw a connected planar 3-regular graph with 8 vertices. How many regions are there in any plane drawing of this graph ? 5

6. (a) Define a complete matching in a bipartite graph. Check whether or not, there is a complete matching in the following graph : 4

P.T.O.

[4]

MTE-13



(b) Solve the following recurrence relation :

$$a_{n+2} - 6a_{n+1} + 9a_n = 3^n, n \geq 0 \quad 6$$

7. (a) Show that for every planar graph G , $\delta(G) \leq 5$. 3

(b) Solve the recurrence :

$$a_n + 2a_{n-1} - 8a_{n-2} = 4^n (n \geq 2) \quad 4$$

(c) Reduce the following Boolean expression into DNF :

$$(x' \wedge y') \vee (x \wedge z') \quad 3$$

[5]

MTE-13

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2024

एम.टी.ई.-13 : विविक्त गणित

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : प्रश्न संख्या 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न संख्या 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर्स के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौनसे कथन सत्य हैं और कौनसे असत्य ?
अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। $5 \times 2 = 10$

(i) Q_3 हेमिल्टनीय है।

(ii) संख्या 6 के विभाजनों की संख्या 9 है।

(iii) पुनरावृत्ति सम्बन्ध $a_n - 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 0$ का जनकफलन $\frac{\sin x}{(x-1)(x-2)}$ है।

P.T.O.

[6]

MTE-13

(iv) “यदि प्रत्येक विषम संख्या अभाज्य है, तो प्रत्येक वर्ग एक आयत है।” एक सत्य कथन है।

(v) कोटि अनुक्रम (1, 2, 3, 3, 4, 6) वाला एक ग्राफ है।

2. (क) एक संदूक में 4 नीली और 6 नारंगी गेंदें हैं। संदूक से 6 गेंदें यादृच्छया चुनी जाती हैं। क्या प्रायिकता है कि चुनी हुई गेंदों में से 3 नीली और 3 नारंगी हैं ?

(ख) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित तर्क मान्य है या नहीं :

6

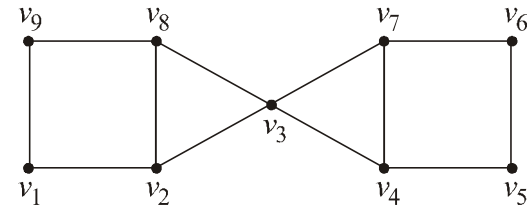
$$p \rightarrow q$$

$$r \rightarrow s$$

$$\frac{p \vee r}{\therefore q \vee s}$$

3. (क) स्टर्लिंग संख्या S_4^3 ज्ञात कीजिए : 3

(ख) नीचे दिए हुए ग्राफ की वर्णिक संख्या ज्ञात कीजिए :



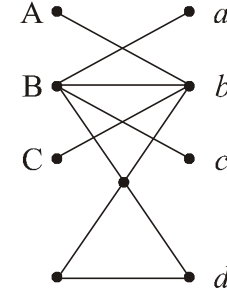
[7]

MTE-13

- (ग) गणितीय आगमन का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि सभी $n \geq 3$ के लिए $(n + 1)^2 < 2n^2$ होता है। 4
4. (क) अंतर्विरोध विधि का प्रयोग करके दिखाइए कि सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए यदि $2x^3 + 6x^2 + 5x = 0$ है, तो $x = 0$ है। 4
- (ख) दिखाइए कि यदि कोई 11 संख्याएँ समुच्चय $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ चुनी जाती हैं, तो उनमें से एक किसी अन्य का गुणज होगी। 6
5. (क) दिखाइए कि 10 के विभिन्न भागों में विभाजनों की संख्या 10 के विषम भागों में विभाजनों की संख्या के बराबर है। 5
- (ख) 8 शीर्षों पर एक संबद्ध समतलीय 3-नियमित ग्राफ बनाइए। इस ग्राफ के किसी भी समतल रेखाचित्र में कितने प्रदेश होंगे ? 5
6. (क) एक द्विभाजित ग्राफ में एक सम्पूर्ण सुमेलन परिभाषित कीजिए। जाँच कीजिए कि निम्नलिखित ग्राफ में सम्पूर्ण सुमेलन है या नहीं। 4

[8]

MTE-13



(ख) निम्नलिखित पुनरावृत्ति संबंध को हल कीजिए :

$$a_{n+2} - 6a_{n+1} + 9a_n = 3^n, n \geq 0 \quad 6$$

7. (क) दिखाइए कि प्रत्येक समतलीय ग्राफ G के लिए $\delta(G) \leq 5$ होता है। 3

(ख) पुनरावृत्ति :

$$a_n + 2a_{n-1} - 8a_{n-2} = 4^n (n \geq 2)$$

को हल कीजिए। 4

- (ग) निम्नलिखित बूलीय व्यंजक को DNF में समानती कीजिए :

$$(x' \wedge y') \vee (x \wedge z') \quad 3$$

P.T.O.