

No. of Printed Pages : 15

MTE-11

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

June, 2024

MTE-11 : PROBABILITY AND STATISTICS

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

- Note :-** (i) Question No. 7 is compulsory.
(ii) Attempt any four questions from Question No. 1 to 6.
(iii) Use of calculators is not allowed.
(iv) All the symbols have their usual meaning.
1. (a) Find the first four moments for the following :
- | | | | | | | |
|-----|---|---|---|----|----|---|
| x | 3 | 6 | 8 | 10 | 18 | 5 |
|-----|---|---|---|----|----|---|
- (b) Obtain the moment Generating function of the random variable x having Probability distribution :

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{for } 0 < x < 1 \\ 2-x & \text{for } 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Also determine mean and variance of x . 5

2. (a) Let X_1, X_2, \dots, X_n be a random sample from a Poisson distribution with parameter λ . Obtain maximum likelihood estimator of λ . 5
- (b) Find the coefficient of correlation between x and y for the following data : 5

x	y
1	8
3	12
5	15
7	17
8	18
10	20

3. (a) Let X_1, X_2, \dots, X_n be a random sample from a normal distribution $N(\mu, 4)$. Find a critical region for testing :
- $H_0 : \mu = \mu_0$ against $H_1 : \mu = \mu_1 (\mu_1 > \mu_0)$ 5

P.T.O.

[3]

MTE-11

(b) An underground mine has 5 pumps installed for pumping out storm water. The probability of any one of the pumps failing during the storm is $\frac{1}{8}$. What is the probability that :

- (i) At least two pumps will be working
 (ii) All the pumps will be working during a particular storm ? 5

4. (a) A skilled typist, on routine work, kept a record of mistakes made per day during 300 working days (Give $e^{-0.89} = 0.411$) :

Mistakes per Day	No. of Days
0	143
1	90
2	42
3	12
4	9
5	3
6	1

Fit a Poission distribution to the above data and hence, calculate the frequencies. 4

(b) The income of a group of 10,000 persons was found to be normally distributed with

P.T.O.

[4]

MTE-11

mean ₹ 750 p.m. and standard deviation of ₹ 50. Show that of this group, about 95% had income exceeding ₹ 668 and only 5% had income exceeding ₹ 832. Also find the lowest income among the richest 100. 6

Given : $P(Z \leq 1.64) = 0.4495,$

$P(Z \leq 0) = 0.5,$

$P(Z \leq 2.33) = 0.49$

5. (a) The following results were obtained from marks in statistics and in an examination :

	Statistics	Mathematics
Mean	47.5	39.5
Standard deviation	16.8	10.8

$r = 0.95$

Find the both regression equations. Also estimate the value of y for $x = 30$. 5

(b) Let x and y be random variables having joint probability density function :

$$f(x,y) = \frac{1}{2}; \quad 0 \leq y \leq x \leq 2$$

[5]

MTE-11

Find :

- (i) The marginal density function of x and y .
- (ii) Conditional density $f\left(\frac{y}{x}\right)$.
- (iii) Check whether x and y are independent.

5

6. (a) A dice is thrown 276 times and the result of these throw are given below :

Number appeared on die	Frequency
1	40
2	32
3	29
4	59
5	57
6	59

At 5% level of significance test whether the dice is biased or not.

[Given $\chi_{5,0.05}^2 = 11.07$].

5

P.T.O.

[6]

MTE-11

- (b) 10 students were given a test in mathematics. They were given a month's further support and a second test of equal difficulty was held at 5% level of significance. Test whether the marks give evidence, that the students have been benefited by the extra support.

The marks in both the test are given below :

[Given $t(9)_{0.05} = 1.83$] :

5

Students	Marks in test-I	Marks in test-II
1	68	71
2	25	39
3	58	59
4	56	59
5	64	57
6	55	68
7	57	69
8	69	76
9	34	43
10	44	39

[7]

MTE-11

7. Which of the following statements are true or false ? Give a short proof or a counter example in support of your answer :

- (i) If the difference between two quartiles is 8, sum of two quartiles is 22 and median is 10.5 then the coefficient of skewness is 8.
- (ii) If the regression coefficients are 0.8 and 0.2 then the value of the correlation coefficient is 0.4.
- (iii) If a bag containing 8 black and 5 red balls, two balls are drawn at a time, then the probability that both the balls are of the red colour is $\frac{14}{39}$.
- (iv) If the mean and variance of a Binomial distribution are 40 and 36, then the value of :

$$n = 200 \text{ and } p = \frac{1}{10}$$

- (v) $H : \mu < \mu_0$, where μ is the mean of normal distribution with variance 4, is a simple hypothesis. 10

P.T.O.

[8]

MTE-11

बीडीपी (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2024

एम.टी.ई-11 : प्रायिकता और सांख्यिकी

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

- नोट :- (i) प्रश्न संख्या 7 अनिवार्य है।
- (ii) प्रश्न संख्या 1 से 6 में से कोई चार प्रश्न कीजिए।
- (iii) कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।
- (iv) सभी संकेतनों के सामान्य अर्थ हैं।

1. (क) निम्नलिखित श्रेणी के पहले चार आघूर्ण ज्ञात कीजिए : 5

x	3	6	8	10	18
-----	---	---	---	----	----

- (ख) निम्नलिखित प्रायिकता बंटन वाले यादृच्छिक चर x का आघूर्ण जनक फलन ज्ञात कीजिए :

[9]

MTE-11

$$f(x) = \begin{cases} x & ; 0 < x < 1 \\ 2-x & ; 1 \leq x < 2 \\ 0 & ; \text{अन्यथा} \end{cases}$$

x के माध्य और प्रसरण भी ज्ञात कीजिए। 5

2. (क) मान लीजिए कि X_1, X_2, \dots, X_n एक प्वांसा बंटन, जिसका प्राचल λ है, से लिया गया यादृच्छिक प्रतिदर्श है। λ का अधिकतम संभावित आकलक ज्ञात कीजिए।

5

- (ख) निम्नलिखित आंकड़ों से x और y के बीच सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए :

5

x	y
1	8
3	12
5	15
7	17
8	18
10	20

P.T.O.

[10]

MTE-11

3. (क) मान लीजिए कि X_1, X_2, \dots, X_n एक प्रसामान्य बंटन $N(\mu, 4)$ से लिया गया यादृच्छिक प्रतिदर्श है। परिकल्पना $H_0 : \mu = \mu_0$ विरुद्ध $H_1 : \mu = \mu_1 (\mu_1 > \mu_0)$ के परीक्षण के लिए क्रांतिक प्रदेश ज्ञात कीजिए। 5

- (ख) एक भूमिगत खान से तूफान का पानी बाहर निकालने के लिए 4 पंप लगाए गए हैं। प्रत्येक पंप के तूफान में खराब होने की प्रायिकता $\frac{1}{8}$ है। निम्नलिखित प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(i) कम-से-कम से 2 पंप काम करेंगे।

(ii) एक विशेष तूफान में सभी पंप काम करेंगे। 5

4. (क) एक कुशल टाइपिस्ट ने 300 कार्य किए दिनों में अपने द्वारा की गयी गलतियों का रिकार्ड रखा जो निम्नलिखित हैं :

(दिया है $e^{-0.89} = 0.411$) :

प्रतिदिन गलतियाँ	दिनों की संख्या
0	143
1	90
2	42
3	12
4	9
5	3
6	1

इस आकड़ों के लिए प्वांसा बंटन फिर की जाए और इस प्रकार आवृत्ति भी ज्ञात की जाए। 4

(ख) 10,000 व्यक्तियों के एक समूह की आय माध्य ₹ 750 p.m. और मानक विचलन ₹ 50 वाले प्रसामान्य बंटन में है। दर्शाइए कि इस समूह में लगभग 95% व्यक्तियों की आय ₹ 668 से अधिक और केवल 5% व्यक्तियों की आय ₹ 832 से अधिक है। सबसे अधिक 100 अमीर व्यक्तियों में से न्यूनतम आप भी ज्ञात की जाए :

दिया है : 6

$$P(Z \leq 1.64) = 0.4495,$$

$$P(Z \leq 0) = 0.5,$$

$$P(Z \leq 2.33) = 0.49$$

P.T.O.

5. (क) एक परीक्षा में प्राप्त सांख्यिकी और गणित विषयों के अंकों द्वारा प्राप्त परिणाम निम्नलिखित है :

	सांख्यिकी	गणित
माध्य	47.5	39.5
मानक विचलन	16.8	10.8

$$r = 0.95$$

दोनों समाक्षयण रेखाओं की समीकरण ज्ञात की जाए।

$x = 30$ के लिए y का मान भी ज्ञात की जाए। 5

(ख) मान ली जाए कि x और y दो यादृच्छिक चर हैं जिनका संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन निम्नलिखित है :

$$f(x, y) = \frac{1}{2}; \quad 0 \leq y \leq x \leq 2$$

निम्नलिखित ज्ञात की जाए :

(i) x और y का सीमान्त घनत्व फलन

(ii) $f\left(\frac{y}{x}\right)$ का प्रतिबंधित घनत्व

(iii) x और y की स्वातंत्र्यता की जाँच की जाए। 5

[13]

MTE-11

6. (क) एक पासे को 276 बार उछाला जाता है, और निम्नलिखित परिणाम प्राप्त किए जाते हैं :

पासे पर दर्शायी संख्या	आवृत्ति
1	40
2	32
3	29
4	59
5	57
6	59

5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए कि पासा अनभिन्न है या नहीं।

[दिया गया है : $\chi^2_{5,0.05} = 11.07$]. 5

- (ख) 10 विद्यार्थियों को गणित का एक परीक्षण दिया गया। एक महीने उन्हें कुछ अधिक सहायता दी गयी और एक-दूसरा परीक्षण भी समान कठिन स्तर पर लिया गया। 5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए कि विद्यार्थियों को अधिक सहायता से लाभ हुआ। दोनों परीक्षणों के अंक निम्नलिखित हैं :

[दिया गया है : $t(9)_{0.05} = 1.83$] :

P.T.O.

[14]

MTE-11

विद्यार्थी	परीक्षण-I के अंक	परीक्षण-II के अंक
1	68	71
2	25	39
3	58	59
4	56	59
5	64	57
6	55	68
7	57	69
8	69	76
9	34	43
10	44	39

7. निम्नलिखित कथनों में से कौनसे कथन सत्य और कौनसे कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रतिउदाहरण दीजिए।

- (i) यदि दो चतुर्थांश के बीच अंतर 8 है, दोनों चतुर्थांशों का योगफल 22 है और माध्यिका 10.5 है तो विषमता गुणांक 8 होगा।

- (ii) यदि दो समाश्रयन गुणांक 0.8 और 0.2 हैं तो सहसम्बन्ध गुणांक का मान 0.4 होगा।
- (iii) यदि एक थैले, जिसमें 8 काली और 5 लाल गेंदें हैं, से दो गेंदें निकाली जाती हैं तो दोनों गेंदों के लाल होने की प्रायिकता $\frac{14}{39}$ होगी।
- (iv) यदि एक द्विपद बंटन के माध्य और प्रसरण क्रमशः 40 और 36 हैं तो $n = 200$ और $p = \frac{1}{10}$ होगा।
- (v) $H : \mu < \mu_0$, जहाँ μ प्रसरण 4 वाले प्रसामान्य बंटन का माध्य है, एक साधारण परिकल्पना है। 10
