

No. of Printed Pages : 8

MTE-03

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

June, 2024

MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

Note : (i) *Question No. 7 is compulsory.*

(ii) *Attempt any **four** questions from the
Question Nos. 1 to 6.*

(iii) *Usual notations are used.*

(iv) *Use of calculator is not allowed.*

1. (a) Find : 2

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 6}{x - 1}.$$

(b) Differentiate $\sin x$ w.r.t. $\tan x$. 3

(c) For a given data, the mean and S. D. of 100 observations were obtained are 40 and 5.1 respectively. Later it was found that an

P. T. O.

observation was wrongly written as 50 instead of 40. Find the true mean and S. D.

5

2. (a) If the p.d.f. of x is $f(x) = 2x^k, 0 < x < 1$ and zero elsewhere. Find k and S. D. of x . 3
- (b) Given $x + y = 6$, find the least value of $x^2 + y^2$. 3
- (c) Calculate the correlation coefficient between X and Y for the following data : 4

X	Y
1	9
2	8
3	10
4	12
5	11
6	13
7	14
8	16
9	15

3. (a) Evaluate : 2

$$\int \frac{(\sin^{-1} x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

- (b) Find the equation of the plane through the intersection of the planes $x + 2y + 3z = 4$ and $4x + 3y + 2z + 1 = 0$ and passing through the origin. 5
- (c) How many times the combination of 4 heads and 3 tails will appear when 7 coins are tossed 1000 times ? 3
4. (a) The position vectors of four points A, B, C and D are $2\hat{i} + 4\hat{k}$, $5\hat{i} + 3\sqrt{3}\hat{j} + 4\hat{k}$, $-2\sqrt{3}\hat{i} + \hat{k}$, $2\hat{i} + \hat{k}$ respectively. Show that AB is parallel to CD and $CD = \frac{2}{3}AB$. 5
- (b) Solve : 5
- $$(1 - \sin x \tan y) dx + (\cos x \sec^2 y) dy = 0$$
5. (a) Find the estimated value of $y = 70$ given the following data : 5
- $$\bar{x} = 67, \bar{y} = 65, \sigma_x = 3.5, \sigma_y = 2.5, r = 0.8$$
- (b) For $f(x) = \theta e^{-\theta x}$, $x \geq 0, \theta > 0$, find the E (x) and V (x). 5
6. (a) Verify Euler's theorem for : 5
- $$f(x, y) = ax^2 + 2hxy + by^2$$

(b) The first and last term of a series are 4 and 76 respectively. The sum is given to be 1920. Find the number of terms in the series. 5

7. Which of the following statements are true or false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer : $2 \times 5 = 10$

(i) The mean of a binomial distribution, when $n = 6$ and $P(X = 4) = P(X = 2)$ is $\frac{3}{2}$.

(ii) Mean deviation is minimum about median.

(iii) The domain of $6x^3 - 7y^3 + 4xy$, where it is continuous is $-\infty < x < \infty$, $0 < y < \infty$.

(iv) $\int_1^2 \frac{1}{x^4} dx = \frac{7}{23}$.

(v) The CDF of any distribution satisfies $F(-\infty) = 0$, $F(\infty) = 1$ and non-decreasing.

MTE-03

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2024

एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : (i) पश्न सं. 7 अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न सं. 1 से 6 तक किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(iii) सामान्य प्रतीक प्रयोग किये गये हैं।

(iv) कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (क) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 6}{x - 1}$ ज्ञात कीजिए। 2

(ख) $\sin x$ का $\tan x$ के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए। 3

(ग) एक दिये गये आँकड़े के लिए 100 प्रेक्षणों का माध्य और S.D. क्रमशः 40 और 5.1 हैं। बाद में

यह पाया गया कि एक प्रेक्षण गलती से 40 के बजाय 50 लिखा गया। सही माध्य और S.D. ज्ञात कीजिए। 5

2. (क) यदि x का p.d.f., $f(x) = \begin{cases} 2x^k; & 0 < x < 1 \\ 0; & \text{अन्यथा} \end{cases}$ है,

तो k का मान और x का S.D. ज्ञात कीजिए। 3

(ख) यदि $x + y = 6$ है, तो $x^2 + y^2$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। 3

(ग) निम्नलिखित आँकड़ों से X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए : 4

X	Y
1	9
2	8
3	10
4	12
5	11
6	13
7	14
8	16
9	15

3. (क) $\int \frac{(\sin^{-1} x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

(ख) उस समतल की समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों

$$4x + 3y + 2z = 4 \text{ और } 4x + 3y + 2z + 1 = 0 \text{ के}$$

प्रतिच्छेदन बिंदु से तथा मूल बिंदु से गुजरता है। 5

(ग) जब 7 सिक्कों को 1000 बार उछाला जाता है, तो

4 चित और 3 पट कितनी बार आयेंगे ? 3

4. (क) चार बिन्दुओं A, B, C और D के स्थिति सदिश

$$\text{क्रमशः } 2\hat{i} + 4\hat{k}, \quad 5\hat{i} + 3\sqrt{3}\hat{j} + 4\hat{k}, \quad -2\sqrt{3}\hat{i} + \hat{k},$$

और $2\hat{i} + \hat{k}$ हैं। दर्शाइए कि AB, CD के समांतर

$$\text{है तथा } CD = \frac{2}{3} AB \text{ है।} \quad 5$$

(ख) हल कीजिए : 5

$$(1 - \sin x \tan y) dx + (\cos x \sec^2 y) dy = 0$$

5. (क) निम्नलिखित आँकड़ों से $y = 70$ का मान आकलित

कीजिए : 5

$$\bar{x} = 67, \quad \bar{y} = 65, \quad \sigma_x = 3.5, \quad \sigma_y = 2.5, \quad r = 0.8$$

- (ख) $f(x) = \theta e^{-\theta x}$, $x \geq 0, \theta > 0$ के लिए $E(x)$ और $V(x)$ ज्ञात कीजिए। 5
6. (क) $f(x, y) = ax^2 + 2hxy + by^2$ के लिए आइलर प्रमेय सत्यापित कीजिए। 5
- (ख) एक श्रेणी का पहला और आखरी पद क्रमशः 4 और 76 हैं। श्रेणी का योगफल 1920 है। श्रेणी के पदों की संख्या ज्ञात कीजिए। 5
7. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए : $2 \times 5 = 10$
- (i) $n = 6$ और $P(X = 4) = P(X = 2)$ वाले द्विपद बंटन का माध्य $\frac{3}{2}$ है।
- (ii) माध्य विचलन माध्यिका के परितः न्यूनतम होता है।
- (iii) $6x^3 - 7y^3 + 4xy$ का वह प्रांत, जहाँ यह सतत् है, $-\infty < x < \infty$, $0 < y < \infty$ है।
- (iv) $\int_1^2 \frac{1}{x^4} dx = \frac{7}{23}$.
- (v) $F(x)$ का CDF $F(-\infty) = 0$, $F(\infty) = 1$, x का एक अहासमान फलन, द्वारा परिभाषित है।