

No. of Printed Pages : 15

BPHCT-133

BACHELOR OF SCIENCE (GENERAL)
(BSCG)

Term-End Examination

June, 2024

BPHCT-133 : ELECTRICITY AND MAGNETISM

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

*Note : Attempt **all** questions. Internal choices are given. Marks for each question are indicated against it. You may use a calculator. Symbols have their usual meanings. Values of physical constants are given at the end.*

1. Answer any **five** parts : 5×3=15

- (a) If $V = x^2 + \cos y - xz$ defines a scalar field, then obtain its directional derivative at the point $(2, \pi, -1)$ in the direction $(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) / \sqrt{3}$.

P. T. O.

- (b) Calculate the line integral of the vector

$$\vec{F} = -\vec{r}/r^3 \quad \text{along the curve}$$

$$\vec{r}(t) = t\hat{i} + t\hat{j} + t\hat{k} \quad \text{with } 0 \leq t \leq 2.$$

- (c) The electric field due to a uniformly charged sphere of radius 0.05 m has the magnitude 9.0 NC^{-1} at a distance of 0.15 m from centre. What is the net charge on the sphere? What is the volume charge density of the charge distribution?
- (d) A Gaussian surface of a cylindrical shape (of radius 0.5 m and height 10 m) encloses a few positive charges. Assuming that the electric field due to these charges is normal to the Gaussian surface and has magnitude 900 NC^{-1} , calculate the volume charge density of the charge distribution.
- (e) The electric potential at any point is given by :

$$V = x(y^2 - 3x^2)$$

Calculate the electric field \vec{E} at that point.

- (f) Two parallel plates, which have cross-sectional area of 100 cm^2 , carry equal and opposite charge of 10^{-7} C . The space between the plates is filled with a dielectric material and the electric field within the dielectric is $3.3 \times 10^5 \text{ Vm}^{-1}$. What is the dielectric constant of the dielectric if the electric field across the plates without the dielectric is given by $E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ where σ is the surface charge density of the plates.
- (g) A toroid with 1000 turns is wound on an iron ring whose cross-sectional area is 400 mm^2 , mean circumference is 0.75 m and relative permeability is 1000. If the windings carry 0.25 A current, calculate the value of the magnetic intensity \vec{H} .
- (h) The magnitude of the maximum electric field associated with an electromagnetic wave travelling in vacuum is 500 Vm^{-1} . Determine the magnitude of the maximum magnetic field associated with the wave.

2. Attempt any *five* parts : 5×5=25

- (a) A wire loop of radius 20 cm and resistance 3.0Ω is kept in a uniform magnetic field \vec{B} at right angles to it. The magnetic field points into the page and is increasing at the rate of 0.10 Ts^{-1} . Determine the magnitude and direction of the induced current in the loop.
- (b) A long cylindrical wire of radius R carries a steady current ' i ' which is uniformly distributed over its cross-sectional area. Determine the magnetic field at a distance $r < R$ from the axis of the wire.
- (c) In the Bohr model of hydrogen atom, the electron follows a circular orbit centered on the nucleus. The speed of electron is ' v ' and radius of the orbit is r . Show that the effective current in the orbit is $\frac{ev}{2\pi r}$. If the radius of the orbit is $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ and the electron's speed is $2.2 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$, calculate its frequency f and the current ' i ' in the orbit.

- (d) Calculate the effective capacitance of three capacitors arranged in such a way that two of them C_1 and C_2 are in series and third one C_3 is in parallel with this series combination.
- (e) The electric field in some region of space is given by $\vec{E} = cr\hat{r}$, where 'c' is a constant. Use the differential form of Gauss' law to calculate the volume charge density, which gives rise to this electric field. Obtain the total charge contained in a sphere of radius R centred as the origin in the region of space.
- (f) How much work needs to be done to transport an electron from +ve terminal of a 6-volt battery to its negative terminal ?

(g) Using Stokes' theorem, evaluate $\oint \vec{F} \cdot d\vec{l}$

where $\vec{F} = x^2\hat{i} + 2x\hat{j} + z^2\hat{k}$ and C is the ellipse in the xy -plane defined by :

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1, z = 0$$

(h) Determine the values of a , b and c such that the vector field :

$$\vec{A} = (3x - y + az)\hat{i} + (bx + 2y + z)\hat{j} + (x + cy - 2z)\hat{k}$$

is irrotational.

3. Answer any *one* part : 1×10=10

(a) Determine the electric potential V of a uniformly charged spherical shell at a point P at a distance ' r ' from its centre O and lying outside the shell.

- (b) State Biot-Savart's law. Using it find an expression for the magnetic field \vec{B} at a point P at a distance R from a long current-carrying straight wire carrying a current 'i' :

Physical constants :

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$$

$$\mu_0 = 1.26 \times 10^{-6} \text{ NA}^{-2}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

BPHCT-133

विज्ञान स्नातक (सामान्य) (बी.एस-सी.जी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2024

बी.पी.एच.सी.टी.-133 : विद्युत और चुंबकत्व

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : सभी प्रश्न कीजिए। आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। आप कैल्कुलेटर का उपयोग कर सकते हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। भौतिक नियतांकों के मान अंत में दिए गए हैं।

1. कोई पाँच भाग कीजिए : $5 \times 3 = 15$

(क) अदिश क्षेत्र $V = x^2 + \cos y - xz$ का बिन्दु

$(2, \pi, -1)$ पर $(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})/\sqrt{3}$ के अनुदिश

दिक्-अवकलज प्राप्त कीजिए।

- (ख) वक्र $\vec{r}(t) = t\hat{i} + t\hat{j} + t\hat{k}$ के अनुदिश सदिश $\vec{F} = -\vec{r}/r^3$ का रेखा समाकल परिकलित कीजिए, यदि $0 \leq t \leq 2$ ।
- (ग) 0.05 m त्रिज्या वाले एकसमान रूप से आवेशित गोले के कारण इसके केन्द्र से 0.15 m की दूरी पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण 9.0 NC^{-1} है। गोले पर शुद्ध आवेश कितना है ? इस आवेश वितरण का आयतन आवेश घनत्व कितना है ?
- (घ) बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ (जिसकी त्रिज्या 0.5 m और लम्बाई 10 m है) द्वारा कुछ धनात्मक आवेश परिबद्ध हैं। मान लें कि इन आवेशों के कारण विद्युत क्षेत्र गाउसीय पृष्ठ के लंबवत है और उसका परिमाण 900 NC^{-1} है। आवेश वितरण का आयतन आवेश घनत्व परिकलित कीजिए।
- (ङ) किसी बिन्दु पर विद्युत विभव $V = x(y^2 - 3x^2)$ से प्राप्त होता है। इस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र \vec{E} परिकलित कीजिए।

(च) दो समांतर प्लेटों पर, जिनके क्षेत्रफल 100 cm^2 हैं, परिमाण 10^{-7} C के समान और विपरीत आवेश हैं। प्लेटों के बीच के स्थान में एक डाइलेक्ट्रिक पदार्थ रखा जाता है और डाइलेक्ट्रिक के भीतर विद्युत क्षेत्र $3.3 \times 10^5 \text{ Vm}^{-1}$ है। डाइलेक्ट्रिक का डाइलेक्ट्रिक नियतांक क्या है ? दिया है कि प्लेटों के बीच डाइलेक्ट्रिक पदार्थ न होने पर विद्युत क्षेत्र $E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ है, जहाँ σ प्लेटों पर पृष्ठीय आवेश घनत्व है।

(छ) लोहे के वलय पर एक टोरोइड लपेटा गया है जिसमें 1000 फेरे हैं। वलय का अनुप्रस्थ परिच्छेद 400 mm^2 है, औसत परिधि 0.75 m तथा आपेक्षिक चुंबकशीलता 1000 है। यदि फेरों में प्रवाहित धारा का मान 0.25 A है, तो चुम्बकीय तीव्रता \vec{H} का मान परिकलित कीजिए।

(ज) निर्वात में संचरित विद्युतचुम्बकीय तरंग से संबद्ध अधिकतम विद्युत क्षेत्र का मान 500 Vm^{-1} है। तरंग से संबद्ध अधिकतम चुम्बकीय क्षेत्र का मान परिकलित कीजिए।

2. किन्हीं पाँच भागों के उत्तर दीजिए : $5 \times 5 = 25$

(क) त्रिज्या 20 cm वाला तार का एक लूप जिसका प्रतिरोध 3.0Ω है, एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} में क्षेत्र के लम्बत रखा है। चुंबकीय क्षेत्र की दिशा पृष्ठ के भीतर की ओर है और इसका मान 0.10 Ts^{-1} की दर से बढ़ रहा है। लूप में प्रेरित धारा की दिशा और मान ज्ञात कीजिए।

(ख) त्रिज्या R वाले एक लम्बे बेलनाकार तार में एक अपरिवर्ती धारा 'i' प्रवाहित होती है जो इसके अनुप्रस्थ-परिच्छेद क्षेत्र पर एकसमान रूप से वितरित है। तार के अक्ष से दूरी $r < R$ पर चुम्बकीय क्षेत्र परिकलित कीजिए।

(ग) हाइड्रोजन परमाणु के बोहर मॉडल में इलेक्ट्रॉन, नाभिक पर केन्द्रित एक वृत्तीय कक्षा में गति करता है। इलेक्ट्रॉन की चाल v है तथा कक्षा की त्रिज्या r है। दिखाइए कि कक्षा में प्रभावी धारा $\frac{ev}{2\pi r}$ है। यदि कक्षा की त्रिज्या $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ तथा इलेक्ट्रॉन की चाल $2.2 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$ हो, तो इलेक्ट्रॉन की गति की आवृत्ति f तथा कक्षा में धारा 'i' का मान परिकलित कीजिए।

(घ) तीन संधारित्रों को इस प्रकार जोड़ा गया है कि इनमें से दो संधारित्र C_1 और C_2 श्रेणीक्रम में संयोजित हैं और तीसरा संधारित्र C_3 श्रेणी में जुड़े संधारित्रों के संयोजन से समांतर क्रम में जुड़ा हुआ है। संधारित्रों के इस संयोजन की प्रभावी धारिता प्राप्त कीजिए।

(ड) समष्टि के किसी क्षेत्र में विद्युत क्षेत्र का मान

$\vec{E} = cr\hat{r}$ है, जहाँ 'c' अचर है। गाउस के नियम

के अवकली रूप का उपयोग करके उस आयतन

आवेश घनत्व की गणना कीजिए जिसके कारण

यह विद्युत क्षेत्र उपस्थित है। इस क्षेत्र में मूलबिन्दु

पर केन्द्रित त्रिज्या R वाले गोले में मौजूद कुल

आवेश की गणना कीजिए।

(च) 6 V बैटरी के धनात्मक टर्मिनल से ऋणात्मक

टर्मिनल तक एक इलेक्ट्रॉन के अभिगमन में

कितना कार्य करने की आवश्यकता होगी ?,

(छ) स्टोक्स प्रमेय का उपयोग करके $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l}$

परिकलित कीजिए, जहाँ $\vec{F} = x^2\hat{i} + 2x\hat{j} + z^2\hat{k}$ है

और C, xy-समतल में $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1, z = 0$

द्वारा परिभाषित दीर्घवृत्त है।

(ज) a, b और c के वे मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए सदिश क्षेत्र

$$\vec{A} = (3x - y + az)\hat{i} + (bx + 2y + z)\hat{j} + (x + cy - 2z)\hat{k}$$

अघूर्णी हो।

3. कोई एक भाग कीजिए : 1×10=10

(क) एकसमान रूप से आवेशित गोलीय कोश के कारण इसके बाहर किसी बिन्दु P पर जो इसके केन्द्र O से r दूरी पर है, विद्युत विभव V निर्धारित कीजिए।

(ख) बॉयो-सैवर्ट का नियम बताइए। इस नियम का उपयोग कर एक लंबे सीधे धारावाही तार के कारण तार से दूरी R पर स्थित किसी बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} के लिए व्यंजक व्युत्पन्न

कीजिए। मान लीजिए कि तार में प्रवाहित धारा का मान i है।

भौतिक नियतांक :

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{Nm}^2\text{C}^{-2}$$

$$\mu_0 = 1.26 \times 10^{-6} \text{NA}^{-2}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$$