

No. of Printed Pages : 20

BPHCT-131

BACHELOR OF SCIENCE

(GENERAL)

(BSCG)

Term-End Examination

June, 2024

BPHCT-131 : MECHANICS

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

Note : (i) Attempt **all** questions. However, internal choices are given.

(ii) The marks for each question are indicated against it.

(iii) Symbols have their usual meanings.

(iv) You may use an ordinary calculator.

P. T. O.

1. Answer any *five* parts : 2×5=10

(a) A box is pulled by a rope that makes an angle of 60° with the horizontal. The force on the box along the rope is 100 N. Calculate the work done by the force in moving the box by a distance of 5.0 m along the horizontal.

(b) The last T-20 Cricket World Cup final was played between England and West Indies. The last West Indies batsman hit the balls of the final over for a six over the head of the bowler by a distance of 85 m at an angle of 45° with the horizontal. Calculate the x - and y -components of the displacement of the cricket ball.

- (c) Classify the following ODE on the basis of order, degree and linearity/non-linearity by :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + by = c \sin x .$$

- (d) Obtain the auxiliary equation corresponding to the ODE given below :

$$y'' + 4y' - 5y = 0$$

and determine its roots.

- (e) A box lying on the ground requires 50 N force to just make it move. The coefficient of static friction between the ground and the box is 0.25. Calculate the mass of the box. Take $g = 10 \text{ ms}^{-2}$.
- (f) A ball of mass 0.2 kg travelling at a speed of 30.0 ms^{-1} hits a bat. After collision it

moves in the opposite direction with an equal speed. Calculate the impulse experienced by the ball during the impact.

(g) Identify the directions in which the following 1-D waves are travelling :

(i) $\phi (y,t) = a \sin(\omega t - ky)$

(ii) $\Psi(z,t) = a \sin(\omega t + kz)$

(h) Write the equation of motion of a damped spring-mass system executing longitudinal oscillations.

2. Answer any *two* parts :

(a) Obtain the general solution of the following

ODE :

5

$$y'' + 4y' - 5y = 7e^{2x}$$

- (b) A box of mass 30 kg is being pulled up an inclined plane by a string at a constant speed. If the inclined plane makes an angle of 30° with the horizontal and the tension in the string is 250 N, calculate the coefficient of kinetic friction between the box and the plane. Take $g = 10 \text{ ms}^{-2}$. Draw the free-body diagram. 4+1
- (c) A stone of mass 0.5 kg fixed to the end of a string is swung in a vertical circle of radius 2.0 m at a constant speed of 5.0 ms^{-1} . Calculate the tension in the string at the (i) highest point, and (ii) lowest point of the circle. Take $g = 10 \text{ ms}^{-2}$. 3+2

3. Answer any *two* parts :

- (a) State the law of conservation of energy. A spring with a spring constant 3000 Nm^{-1} is placed vertically and compressed by 0.10 m . A ball of mass 0.2 kg is placed on it and then the ball and spring are released together. Determine the maximum height to which the ball rises from its starting position and its maximum speed.

Take $g = 10 \text{ ms}^{-2}$.

1+2+2

- (b) (i) For motion under central forces, show that the angular momentum is constant. 2

- (ii) A satellite of mass 2000 kg is moving around the earth in an orbit with

$a = 5000$ km. Calculate its total mechanical energy. 3

Take $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm² kg⁻² and $M_e = 5.97 \times 10^{24}$ kg.

- (c) A neutron moving with speed v collides elastically with a helium nucleus at rest. After the collision, the helium nucleus moves at an angle θ with the initial direction of motion of the neutron.

Take $m_{\text{He}} = 4 m_{\text{neutron}}$ and determine in direction in which the neutron moves after the collision. Also calculate the final speeds of the neutron and the helium nucleus. 5

4. Answer any *two* parts :

- (a) A sinusoidal wave is described by :

$$y(x, t) = 3.0 \sin(3.5t - 2.01x) \text{ cm}$$

calculate the wavelength, frequency and velocity of the wave. 5

- (b) Define the centre of mass for an N-particles system. Locate the centre of mass for a system of four particles of mass 1.0 kg, 2.0 kg, 3.0 kg and 4.0 kg, situated at the corners of a square of side 2.0 m.

1+4

- (c) A particle is moving in a circle of radius 2.0 m with an angular velocity of 8.0 rads^{-1} counter-clockwise. After the ball rotates through an angle of 10 rad, its angular velocity is 5.0 rad s^{-1} . Calculate its angular acceleration and the time taken to attain this angular velocity. Calculate the torque acting on the particle if the mass of the particle is 0.10 kg. 2+1+2

5. Answer any *two* parts :

(a) The frequencies of two orthogonal harmonic oscillations of unequal amplitude are in the ratio 2 : 1. These oscillations are applied simultaneously on body. If there is no phase difference ($\phi = 0$) between the superposing oscillations, obtain the nature of the path traced by the resultant motion of the body. 5

(b) Show that for a weakly damped oscillator, logarithmic decrement λ is given by :

$$\lambda = \frac{1}{(n-1)} \ln \left(\frac{a_1}{a_n} \right)$$

where a_1 is initial amplitude of oscillations and a_n is amplitude of n th completed oscillation. 5

- (c) The moment of inertia of a flywheel about its axis of rotation is 5.0 kg m^2 . It is initially at rest and then connected to a motor which delivers a constant torque of 40 Nm about its axis. Calculate the work done by the motor on the wheel after the wheel has gone through 10 revolutions. What is the angular speed of the wheel at that time ?

2+3

BPHCT-131

विज्ञान स्नातक (सामान्य)

(बी. एस.-सी. जी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2024

बी.पी.एच.सी.टी.-131 : यांत्रिकी

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : (i) सभी प्रश्न कीजिए। आन्तरिक विकल्प दिए गए हैं।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप सादा कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

1. किन्हीं पाँच भागों के उत्तर दीजिए : $5 \times 2 = 10$

(क) एक बॉक्स को क्षैतिज तल के साथ 60° कोण बनाती एक रस्सी से खींचा जाता है। रस्सी के

अनुदिश बॉक्स पर लगने वाले बल का मान 100 N है। बॉक्स को क्षैतिज तल पर 5.0 m दूर तक ले जाने में किए गए कार्य की गणना कीजिए।

(ख) पिछला T-20 क्रिकेट वर्ल्ड कप फाइनल इंग्लैण्ड एवं वेस्टइंडीज की टीमों के बीच खेला गया। वेस्टइंडीज के आखिरी खिलाड़ी ने आखिरी ओवर की गेंदों को गेंदबाज के ऊपर से 85 मी. दूरी और 45° के कोण पर छक्का मारकर मैच जिता दिया। क्रिकेट गेंद के विस्थापन के x - तथा y - घटकों की गणना कीजिए।

(ग) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण को कोटि, घात और रैखिकता/अरैखिकता के आधार पर वर्गीकृत कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + by = c \sin x$$

(घ) साधारण अवकल समीकरण :

$$y'' + 4y' - 5y = 0$$

की सहायक समीकरण प्राप्त कीजिए तथा इसके मूल ज्ञात कीजिए।

(ङ) भूमि पर रखे एक बॉक्स को चलाने के लिए

न्यूनतम बल 50 N की आवश्यकता होती है।

भूमि और बॉक्स के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक

0.25 है। बॉक्स का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

$$g = 10 \text{ ms}^{-2} \text{ लें।}$$

(च) द्रव्यमान 0.2 kg की एक गेंद 30.0 ms^{-1} की

चाल से चलते हुए बल्ले से टकराती है। टक्कर

के बाद गेंद उसी चाल से ठीक विपरीत दिशा में

गतिमान होती है। बल्ले से संपर्क के दौरान गेंद

द्वारा अनुभव किया गया आवेग परिकल्पित

कीजिए।

(छ) निम्नलिखित एक-विम तरंगों के लिए तरंग संचरण की दिशा निर्धारित कीजिए :

$$(i) \quad \phi(y,t) = a \sin(\omega t - ky)$$

$$(ii) \quad \Psi(z,t) = a \sin(\omega t + kz)$$

(ज) एक अवमंदित कमानी-द्रव्यमान तंत्र का गति का समीकरण लिखिए जबकि यह अनुदैर्घ्य दोलन करता है।

2. किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए :

(क) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण का सामान्य हल ज्ञात कीजिए : 5

$$y'' - 4y' - 5y = 7e^{2x}$$

(ख) द्रव्यमान 30 kg के एक बक्से को एक नत तल पर एक रस्सी द्वारा अचर चाल से ऊपर खींचा जा रहा है। यदि नत तल और क्षैतिज के बीच का कोण 30° हो और रस्सी में तनाव बल

250 N हो, तो बक्से और समतल के बीच का गतिक घर्षण गुणांक परिकलित कीजिए।
 $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ लें। बल-निर्देशक आरेख आरेखित कीजिए।

4+1

(ग) रस्सी से बँधा हुआ द्रव्यमान 0.5 kg का एक पत्थर 5.0 ms^{-1} की अचर चाल से त्रिज्या 2.0 m वाले एक ऊर्ध्वाधर वृत्त में गतिमान है। वृत्त के (i) उच्चतम बिन्दु, और (ii) सबसे निचले बिन्दु पर रस्सी में तनाव की गणना कीजिए।

3+2

$g = 10 \text{ ms}^{-2}$ लें।

3. किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए :

(क) ऊर्जा संरक्षण नियम का कथन दीजिए।

कमानी नियतांक 3000 Nm^{-1} की एक कमानी को ऊर्ध्वारतः रखकर 0.10 m से संपीडित किया जाता है। फिर उस पर द्रव्यमान 0.2 kg की एक

गेंद को रखा जाता है और उसके बाद कमानी और गेंद को एक साथ छोड़ा जाता है। निर्धारित कीजिए कि गेंद अपनी प्रारंभिक स्थिति से कितनी अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचती है। उसकी अधिकतम चाल क्या होगी। $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ लें।

1+2+2

(ख) (i) केन्द्रीय बलों के अधीन गति के लिए सिद्ध कीजिए कि कोणीय संवेग अचर होता है। 2

(ii) द्रव्यमान 2000 kg का एक उपग्रह पृथ्वी के चारों ओर $a = 5000 \text{ km}$ वाली कक्षा में परिक्रमा कर रहा है। उपग्रह की कुल यांत्रिक ऊर्जा परिकलित कीजिए। 3

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

और $M_e = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$ लें।

- (ग) v वेग से गतिमान एक न्यूट्रॉन का विरामावस्था में स्थित हीलियम नाभिक के साथ प्रत्यास्थ संघट्टन होता है। संघट्टन के पश्चात् हीलियम नाभिक न्यूट्रॉन की आरम्भिक गति के सापेक्ष θ कोण पर गति करता है। $m_{\text{He}} = 4 m_{\text{neutron}}$ लेकर ज्ञात कीजिए कि न्यूट्रॉन किस दिशा में गतिमान होगा। न्यूट्रॉन तथा हीलियम नाभिक के अंतिम वेग परिभाषित कीजिए। 5

4. किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए :

- (क) एक ज्यावक्रीय तरंग को निम्नलिखित व्यंजक द्वारा निरूपित किया जाता है :

$$y(x, t) = 3.0 \sin(3.5t - 2.01x) \text{ cm}$$

इसकी तरंगदैर्घ्य, आवृत्ति एवं वेग ज्ञात कीजिए। 5

- (ख) N कणों के निकाय के लिए संहति केन्द्र की परिभाषा दीजिए। 1.0kg, 2.0kg, 3.0kg और

4.0 kg द्रव्यमान वाले चार कण, 2.0 m भुजा वाले एक एक वर्ग के सिरों पर रखे जाते हैं। इस निकाय के संहति केन्द्र की स्थिति ज्ञात कीजिए।

14

- (ग) एक कण 8.0 rads^{-1} की कोणीय चाल से 2.0 m त्रिज्या वाले वृत्त में वामावर्त गतिमान है। 10 rad का कोणीय विस्थापन तय करने के बाद, कण की कोणीय चाल 5.0 rads^{-1} है। कण का कोणीय त्वरण ज्ञात कीजिए और परिकलित कीजिए कि इस कोणीय चाल को प्राप्त करने में कण को कितना समय लगेगा। यदि कण का द्रव्यमान 0.10 kg हो, तो उस पर लगने वाला बल आघूर्ण भी परिकलित कीजिए।

2+1+2

5. किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए :

(क) दो परस्पर लम्बवत् असमान आयाम वाले आवर्ती दोलनों की आवृत्तियों का अनुपात 2 : 1 है। इन दोलनों को एक पिंड पर युगपत लगाया जाता है। यदि इनकी प्रावस्थाओं में अन्तर शून्य हो ($\phi = 0$), तो पिंड के परिणामी पथ को प्रकृति ज्ञात कीजिए। 5

(ख) सिद्ध कीजिए कि किसी दुर्बलतः अवमंदित दोलित्र के लिए लघुगणकीय अपक्षय का व्यंजक :

$$A = \frac{1}{n-1} \ln \left(\frac{a_1}{a_n} \right)$$

द्वारा दिया जाता है। यहाँ a_1 दोलनों का प्रारम्भिक आयाम है तथा a_n , n वें पूर्ण किए गए दोलन का आयाम है। 5

(ग) एक पहिये का अपने घूर्णन अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण 5.0 kg m^2 है। आरम्भ में पहिया विरामावस्था में है। फिर उसे एक मोटर से जोड़ दिया जाता है जो उस पर उसके अक्ष के प्रति 40 Nm का बल आघूर्ण आरोपित करती है। 10 परिक्रमण पूर कर लेने पर मोटर द्वारा पहिये पर कितना कार्य किया जाता है ? उस समय पहिए की कोणीय चाल क्या है ?

2+3