

No. of Printed Pages : 16 **MTE-04/MTE-05**

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

June, 2023

(Elective Course : Mathematics)

MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA

&

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 50

Instructions :

- 1. Students registered for both MTE-04 & MTE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
 - 2. Students who have registered for MTE-04 or MTE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*
-
-

P. T. O.

MTE-04/MTE-05

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2023

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

एवं

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

निर्देश :

1. जो छात्र एम.टी.ई.-04 और एम.टी.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।
 2. जो छात्र एम.टी.ई.-04 या एम.टी.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।
-
-

MTE-04**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)****Term-End Examination****June, 2023****MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA***Time : $1\frac{1}{2}$ Hours**Maximum Marks : 25*

Note : *Question No. 5 is compulsory. Do any **three** questions from Questions No. 1 to 4. Use of calculator is not allowed.*

1. (a) Evaluate the determinant

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{pmatrix}, \text{ where } \omega \text{ is one of the}$$

imaginary cube roots of unity. 2

- (b) Find the roots of the polynomial equation

$$x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0 \text{ given that its roots}$$

are in Arithmetic Progression. 3

P. T. O.

2. (a) Describe the following set by listing method : 1
 $S = \{x \mid 1 \leq x \leq 30, 2 \text{ and } 3 \text{ divides } x, 5 \text{ does not divide } x\}$.
- (b) If, for two sets A and B :
 $A \times B = \{(-1, 4), (3, 6), (2, 4), (-1, 5), (2, 6), (-1, 6), (3, 5), (3, 4), (2, 5)\}$.
 Find A and B. Also, write $B \times A$. 2
- (c) Find the greatest value of $(5 + 7x)^3(8 - 3x)^2$ for $-1 < x < 3$. 2
3. (a) Find the complex cube roots of 3 and plot them in the Argand plane. 3
- (b) Find the values of a for which the following system of equations has infinitely many solutions : 2

$$6x + 2y = 12$$

$$3x + ay = 6.$$
4. (a) An athlete needs 12 units of vitamins and 10 units of minerals in his daily diet. He takes two kinds of foods F_1 and F_2 . It is known that F_1 has 3 units of vitamins and 2 units of minerals per gram and F_2 has 2 units of vitamins and 2 units of minerals per gram. Find the number of grams of F_1 and F_2 to be taken by the athlete to meet his needs. 3

(b) Let $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$,
 $B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$. Check the De Morgan's
laws for A and B. 2

5. Which of the following statements are true and which are false ? Justify your answer with a short proof or a counter-example : $2 \times 5 = 10$

(i) If z is a complex number such that $\operatorname{Re}(z^2) = 0$, then $\operatorname{Re}(z) = 0$.

(ii) If α and β are the roots of the equation $x^2 + bx + c = 0$, then the value of $(\alpha + 1)(\beta + 1)$ is $c + 1$.

(iii) There is a unique x such that $\begin{bmatrix} x & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix}$ is non-singular.

(iv) For any square matrix $A = [a_{ij}]$, if $|A| = 0$, then $a_{ij} = 0$ for all i, j .

(v) System of equations :

$$x + y = 2$$

$$2x + 2y = 10$$

$$x = -y$$

is consistent.

MTE-04

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2023

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : प्रश्न सं. 5 करना जरूरी है। प्रश्न सं. 1 से 4 तक से कोई **तीन** प्रश्न हल कीजिए। कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. (क) सारणिक $\Delta = \begin{pmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{pmatrix}$ का मूल्यांकन

कीजिए, जहाँ पर ω इकाई के काल्पनिक घनमूलों में एक है। 2

(ख) बहुपद समीकरण $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि इसके मूल समान्तर श्रेणी में हं। 3

2. (क) अग्रलिखित समुच्चय को सूची विधि द्वारा निरूपित कीजिए :

$S = \{x \mid 1 \leq x \leq 30, 2 \text{ और } 3 \text{ } x \text{ को विभाजित करते हैं, } 5, x \text{ को विभाजित नहीं करता है}\}$ 1

(ख) यदि दो समुच्चयों A और B के लिए :

$$A \times B = \{(-1, 4), (3, 6), (2, 4), (-1, 5), (2, 6), (-1, 6), (3, 5), (3, 4), (2, 5)\}.$$

है, तो A और B ज्ञात कीजिए। $B \times A$ भी लिखिए। 2

(ग) $-1 < x < 3$ के लिए $(5 + 7x)^3(8 - 3x)^2$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। 2

3. (क) 3 के सम्मिश्र घनमूलों को ज्ञात कीजिए और उन्हें आरगों समतल में रेखित कीजिए। 3

(ख) a के उन मानों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए निम्नलिखित समीकरणों के संकाय के हलों की संख्या अनन्त है : 2

$$6x + 2y = 12$$

$$3x + ay = 6$$

4. (क) एक कसरती को अपने दैनिक आहार में 12 इकाइयाँ विटामिन और 10 इकाइयाँ खनिजों की आवश्यकता है। वह दो प्रकार के भोजन F_1 और F_2 लेता है। यह ज्ञात है कि F_1 के प्रत्येक ग्राम में 3 इकाइयाँ विटामिन और 2 इकाइयाँ खनिज हैं जबकि F_2 के प्रत्येक ग्राम में 2 इकाइयाँ विटामिन और 2 इकाइयाँ खनिज हैं।

कसरती द्वारा अपनी आवश्यकता को पूरा करने के लिए F_1 और F_2 की मात्रा को ग्रामों में ज्ञात कीजिए। 3

(ख) मान लीजिए कि $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,
 $A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$ । A और B के लिए द मॉगन नियम की जाँच कीजिए। 2

5. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर की एक लघु उपपत्ति या प्रति-उदाहरण द्वारा पुष्टि कीजिए : $2 \times 5 = 10$

(i) यदि z एक सम्मिश्र संख्या है जिसके लिए $\operatorname{Re}(z^2) = 0$, तब $\operatorname{Re}(z) = 0$ ।

(ii) यदि α और β समीकरण $x^2 + bx + c = 0$ के मूल हैं, तो $(\alpha + 1)(\beta + 1)$ का मान $c + 1$ होगा।

(iii) एक ऐसा अद्वितीय $x \in \mathbf{R}$ है जिसके लिए $\begin{bmatrix} x & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix}$ व्युत्क्रमणीय है।

(iv) किसी वर्ग आव्यूह $A = [a_{ij}]$ के लिए, यदि $|A| = 0$ हो, तो तभी i_{ij} के लिए, $a_{ij} = 0$ ।

(v) समीकरण संकाय :

$$x + y = 2$$

$$2x + 2y = 10$$

$$x = -y$$

संगत है।

MTE-05

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

(BDP)

Term-End Examination

June, 2023

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours

Maximum Marks : 25

Note : Question No. 1 is compulsory. Answer any **three** questions from Question Nos. 2 to 5.

Use of calculator is not allowed.

1. Which of the following statements are true and which are false ? Justify your answers : 10

(i) The direction ratios of $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{4}$

are $-1, 1, -2$.

- (ii) The equation $x = y, y = z$ represents a plane.
- (iii) Any line which is not parallel to the directrix of a parabola cuts the parabola at precisely two points.
- (iv) If a curve is symmetric about the x -axis, then it is symmetric about the y -axis.
- (v) The projection of the line segment joining $(1, 2, -1)$ and $(4, 1, 0)$ on the x -axis is 3.
2. (a) Reduce the conic :

$$x^2 + y^2 + xy - x - y - 1 = 0$$

to standard form. Hence find its eccentricity. 3

- (b) Find the equation of the plane passing through the line of intersection of the planes $2x + 3y + z = 4$ and $x + y + z = 2$ and which is perpendicular to the plane $2x + 3y - z = 3$. 2
3. (a) Find the equations of the spheres that passes through $x^2 + y^2 + z^2 = 4$,

$x + y + 2z = 3$ and touch the plane
 $3x + 4y = 10$. 3

(b) Find the equation of the cone with vertex
 at the origin and the base curve
 $(z + 3)^2 = x + 1, y + 2 = 0$. 2

4. (a) Find the equation of a line which makes an
 angle of $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ with the line $y + x + 1 = 0$. 2

(b) Does there exist a plane which is tangent
 to the conicoid $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ and passes
 through $x + y - z = 2, x - y + z = 1$? If yes,
 find the equation of the plane. If no, give
 reasons in support of your answer. 3

5. (a) Check whether the conicoid :

$$8x^2 - y^2 + 8z^2 + 4xy + 4yz + 3x +$$

$$3y - 3z - 3 = 0$$

is central or not. If it is central, then find
 its centre. Otherwise, give the equation of

a central conicoid with centre different from the origin. 3

- (b) Let $\frac{3}{2}$ be the eccentricity of a conic. What kind of conic is it ? Further, if $(2, 0)$ is a focus and $x + y = 0$ the corresponding directrix, then what will its equation be ? 2

MTE-05

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2023

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 5 तक किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटरो के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तरों की पृष्टि कीजिए :

10

(i) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{4}$ के दिक्-अनुपात

-1, 1, -2 हैं।

- (ii) समीकरण $x = y, y = z$ एक समतल को निरूपित करता है।
- (iii) कोई भी रेखा जो किसी परवलय की नियता के समांतर नहीं है, वह परवलय को ठीक दो बिन्दुओं पर काटती है।
- (iv) यदि एक वक्र x -अक्ष के सापेक्ष सममित है, तो वह y -अक्ष के सापेक्ष भी सममित होगा।
- (v) $(1, 2, -1)$ और $(4, 1, 0)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड का x -अक्ष पर प्रक्षेप 3 है।
2. (क) शांकव $x^2 + y^2 + xy - x - y - 1 = 0$ को मानक रूप में समानीत कीजिए। इस प्रकार, इसकी उत्केंद्रता ज्ञात कीजिए। 3
- (ख) समतलों $2x + 3y + z = 4$ और $x + y + z = 2$ की प्रतिच्छेद रेखा से गुजरने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतल $2x + 3y - z = 3$ पर लंब हो। 2

3. (क) उन गोलों के समीकरण ज्ञात कीजिए जो $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x + y + 2z = 3$ से गुजरते हों और समतल $3x + 4y = 10$ को स्पर्श करते हों। 3
- (ख) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष मूलबिन्दु पर हो और आधार वक्र $(z + 3)^2 = x + 1$, $y + 2 = 0$ हो। 2
4. (क) एक ऐसी रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $y + x + 1 = 0$ के साथ $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ का कोण बनाती हो। 2
- (ख) क्या कोई ऐसा समतल है जो शांकवज $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ को स्पर्श करता हो और $x + y - z = 2$, $x - y + z = 1$ से गुजरता हो ? यदि हाँ, तो ऐसे समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। यदि नहीं तो अपने उत्तर के पक्ष में कारण दीजिए। 3

5. (क) जाँच कीजिए कि शांकवज :

$$8x^2 - y^2 + 8z^2 + 4xy + 4yz + 3x +$$

$$3y - 3z - 3 = 0$$

केंद्रीय है या नहीं। यदि यह केंद्रीय है, तो इसका केंद्र ज्ञात कीजिए। अन्यथा, एक ऐसे केंद्रीय शांकवज का समीकरण दीजिए जिसका केंद्र मूलबिंदु से भिन्न हो।

3

(ख) मान लीजिए $\frac{3}{2}$ किसी शांकव की उत्केंद्रता है।

यह किस प्रकार का शांकव है ? आगे, यदि $(2, 0)$ इसकी एक नाभि है और $x + y = 0$ संगत नियता है, तो इसका समीकरण क्या होगा ?

2