

## BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

### Term-End Examination

June, 2023

#### PHYSICS

**PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS  
IN PHYSICS—I**

**PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS  
IN PHYSICS—II**

*Time : 3 Hours*

*Maximum Marks : 50*

---

***Instructions :***

- (i) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- (ii) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*
- 
-

## BPHE-104/PHE-04/PHE-05

विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )

सत्रांत परीक्षा

जून, 2023

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

---

**निर्देश :**

- (i) जो छात्र पी. एच. ई.-04 और पी. एच. ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।
- (ii) जो छात्र पी. एच. ई.-04 या पी. एच. ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।
- 
-

**BPHE-104/PHE-04**

**BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)**

**Term-End Examination**

**June, 2023**

**PHYSICS**

**BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL  
METHODS IN PHYSICS—I**

*Time : 1  $\frac{1}{2}$  Hours*

*Maximum Marks : 25*

---

**Note :** (i) *Attempt all questions.*

(ii) *The marks for each question are indicated against it.*

(iii) *Symbols have their usual meanings.*

(iv) *You may use a calculator.*

---

1. Answer any **three** parts : 4 each
- (a) Determine the torque about the point  $(0, 2, -1)$  due to a force  $\vec{F} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$  acting at the point  $(4, 1, 2)$ .
- (b) In what direction does the scalar field  $f(x, y) = 2x^2 - y^2 + 4xy$  decrease most rapidly at the point  $(1, -2)$  ?

(c) Calculate the work done by a force  $\vec{F}(x^2 - y^2)\hat{i} - xy\hat{j}$  in moving a particle from the point (0, 0) to (1, 2) along a path defined by the equation  $x = t^2; y = 2t$ .

(d) For an arbitrary vector field :

$$\vec{F} = F_1(x, y, z)\hat{i} + F_2(x, y, z)\hat{j} + F_3(x, y, z)\hat{k},$$

show that :

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \vec{\nabla} \times \vec{F} \right) = 0.$$

(e) Derive an expression for the velocity of a particle moving in space in cylindrical coordinates.

2. Calculate the mass of a unit cube which has a density : 5

$$\gamma(x, y, z) = (8 - z^3) \text{ kg m}^{-3}$$

and is bound by the planes  $x = 0; x = 1; y = 0; y = 1; z = 0$  and  $z = 1$ .

*Or*

State Guass' divergence theorem. Use the divergence theorem to calculate the flux of a vector field  $\vec{A} = 2x^2\hat{i} + xz\hat{j} + 6z\hat{k}$  through the surface of a sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ . 1+4

3. Out of 60 applicants for a job, 40 are found to be qualified. Using a binomial distribution, calculate the probability, that if 5 applicants are selected at random out of these, for an interview, only, two of them would be qualified.

3

*Or*

An ace is drawn from a pack of cards in 26 trials. Calculate the probability that it will be drawn at least once on the basis of the Poisson's distribution law.

3

4. The probability density function for a continuous normal variable X is :

5

$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

$$-\infty \leq x \leq \infty, \sigma > 0$$

Calculate the mean of the distribution.

*Or*

The time taken by a pendulum (T) of length (L) for 20 oscillations is tabulated below for different values of L :

5

Length L (cm)	Time T (s)
5	9
10	13
15	16
20	19
25	21

Obtain the correlation coefficient for this data.

## BPHE-104/PHE-04

विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )

सत्रांत परीक्षा

जून, 2023

भौतिक विज्ञान

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय  
विधियाँ-I

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

---

नोट : (i) सभी प्रश्न कीजिए।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

---

---

1. कोई **तीन** भाग कीजिए : प्रत्येक 4

(क) बिन्दु  $(4, 1, 2)$  पर लग रहे बल

$\vec{F} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$  के कारण, बिन्दु  $(0, 2, -1)$

के प्रति बल आघूर्ण की गणना कीजिए।

(ख) बिन्दु  $(1, -2)$  पर अदिश क्षेत्र :

$$f(x, y) = 2x^2 - y^2 + 4xy$$

के घटने की दर किस दिशा में अधिकतम होगी, ज्ञात कीजिए।

(ग) बल

$$\vec{F}(x^2 - y^2)\hat{i} - xy\hat{j}$$

द्वारा एक कण को समीकरण  $x = t^2; y = 2t$  द्वारा परिभाषित पथ के अनुदिश बिन्दु  $(0, 0)$  से  $(1, 2)$  तक ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए।

(घ) किसी स्वेच्छ सदिश क्षेत्र

$$\vec{F} = F_1(x, y, z)\hat{i} + F_2(x, y, z)\hat{j} + F_3(x, y, z)\hat{k},$$

के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \vec{\nabla} \times \vec{F} \right) = 0.$$

(ङ) समष्टि में गतिमान एक कण के वेग का व्यंजक बेलनी निर्देशांकों में व्युत्पन्न कीजिए।

2. समतलों  $x = 0; x = 1; y = 0; y = 1; z = 0$  और  $z = 1$  द्वारा परिबद्ध एक एकक घन का द्रव्यमान परिकलित कीजिए, जिसका घनत्व  $\gamma(x, y, z) = (8 - z^3) \text{ kg m}^{-3}$  हो। 5

**अथवा**

गॉउस का डाइवर्जेंस प्रमेय का कथन दीजिए। डाइवर्जेंस प्रमेय का प्रयोग करके  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  द्वारा परिभाषित गोले के पृष्ठ पर सदिश क्षेत्र

$$\vec{A} = 2x^2\hat{i} + xz\hat{j} + 6z\hat{k}$$

का अभिवाह परिकलित कीजिए। 1+4

3. किसी नौकरी के 60 आवेदकों में से 40 आवेदकों की योग्यता सही पायी जाती है। द्विपद बंटन का प्रयोग करते हुए यह प्रायिकता परिकलित कीजिए कि यादृच्छिक तरीके से यदि 5 आवेदक साक्षात्कार के लिए चुनने जाएँ, तो उनमें से केवल दो योग्य होंगे। 3

**अथवा**

ताश की गड्डी से 26 अभिप्रयोगों में एक इक्के को खींचा जाता है। इसके कम से कम एक बार खींचे जाने की प्रायिकता प्वायसां के बंटन नियम के आधार पर परिकलित कीजिए। 3

4. एक संतत प्रसामान्य चर  $X$  का प्रयिकता घनत्व फलन निम्नलिखित है : 5

$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

$$-\infty \leq x \leq \infty, \sigma > 0.$$

इस बंटन का माध्य परिकलित कीजिए।



अथवा

लम्बाई L वाले एक लोलक के 20 दोलनों के लिए T समय लगता है। L के विभिन्न मानों के लिए, T के मान निम्नलिखित हैं :

5

लम्बाई L (सेमी)	समय T (सेकण्ड)
5	9
10	13
15	16
20	19
25	21

इन आँकड़ों के लिए सहसंबंध गुणांक प्राप्त कीजिए।

**PHE-05**

**BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)**

**Term-End Examination**

**June, 2023**

**PHYSICS**

**PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN**

**PHYSICS—II**

*Time : 1  $\frac{1}{2}$  Hours*

*Maximum Marks : 25*

---

**Note :** (i) *Answer all questions.*

(ii) *The marks for each question are indicated against it.*

(iii) *You may use a calculator.*

(iv) *Symbols have their usual meanings.*

---

---

1. Answer any **three** parts : 4 each

(a) Solve the following ODE :

$$y'' + 3y' + 2y = e^x$$

(b) Use the method of separation of variables to reduce the Laplace equation  $\nabla^2 f = 0$  into three ODEs.

- (c) Write the standard form of an exact equation. State the condition of exactness. Show that the following equation is exact :

$$(y - x^3)dx + (x + y^3)dy = 0$$

- (d) Define ordinary and singular points of a 2nd order ODE. When is a singularity regular ? Identify the singular points of the following equation :

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + n(n + 1)y = 0$$

- (e) Show that the function :

$$z = \ln(x^2 + y^2)$$

satisfies the equation :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

2. When a body is dropped vertically from a height, it experiences air resistance and its equation of motion is : 6

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

where  $k$  is a constant and  $v$  is instantaneous velocity. Show that the velocity of this body when it hits the ground is given by :

$$v(t) = \frac{mg}{k} - c_1 \frac{mg}{k} \exp\left(\frac{-kt}{m}\right)$$

where  $c_1$  is a constant.

*Or*

Determine the singular points of the ODE :

$$x^2 y'' + xy' + \left( x^2 - \frac{1}{4} \right) y = 0$$

Obtain the indicial equation and its roots.

3. Obtain Fourier series of the function  $f(t)$  defined as :

$$f(t) = \frac{2}{T} t \quad \frac{-T}{2} < t < \frac{T}{2}$$

and  $f(t + T) = f(t)$ . 7

*Or*

Write the one-dimensional partial differential equation for heat flow for a uniform rod of length  $L$  insulated along its length. Obtain the general solution for its temperature distribution under the following boundary conditions :

$$T(0, t) = 0, \quad t \geq 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = 0, \quad t \geq 0$$

## PHE-05

विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )

सत्रांत परीक्षा

जून, 2023

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

**नोट :** (i) सभी प्रश्न हल कीजिए।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

(iv) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. किन्हीं **तीन** भागों के उत्तर दीजिए : प्रत्येक 4

(क) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$y'' + 3y' + 2y = e^x$$

(ख) चर पृथक्करण विधि द्वारा लाप्लास समीकरण  $\nabla^2 f = 0$  का तीन साधारण अवकल समीकरणों में समानीत कीजिए।

(ग) यथातथ समीकरण का मानक रूप लिखिए। किसी समीकरण के तथातथ होने का प्रतिबंध लिखिए। सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण यथातथ है :

$$(y - x^3) dx + (x + y^3) dy = 0$$

(घ) द्वितीयक कोटि ODE के व्युत्क्रमणीय एवं विभिन्न बिन्दुओं को परिभाषित कीजिए। किस स्थिति में विचित्र बिन्दु व्युत्क्रमणीय होता है ? निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के विचित्र बिन्दु निर्धारित कीजिए :

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + n(n + 1)y = 0$$

(ङ) सिद्ध कीजिए कि फलन :

$$z = \ln(x^2 + y^2)$$

समीकरण :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

को संतुष्ट करता है।

2. जब किसी पिंड को ऊँचाई से गिराया जाता है, तो यह वायु प्रतिरोध अनुभव करता है तथा इसका गति समीकरण निम्नलिखित होता है :

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

जहाँ  $k$  एक अचर है तथा  $v$  पिंड का तात्क्षणिक वेग है। सिद्ध कीजिए कि जब यह पिंड पृथ्वी की सतह पर गिरता है, तो इसके वेग का व्यंजक निम्नलिखित होता है :

$$v(t) = \frac{mg}{k} - c_1 \frac{mg}{k} \exp\left(\frac{-kt}{m}\right)$$

जहाँ  $c_1$  अचर है।

### अथवा

साधारण अवकल समीकरण :

$$x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)y = 0$$

के विचित्र बिन्दु लिखिए। घातांकी समीकरण और उसके मूल ज्ञात कीजिए।

3. फलन

$$f(t) = \frac{2}{T}t \quad \frac{-T}{2} < t < \frac{T}{2}$$

और  $f(t+T) = f(t)$

को फूरिये श्रेणी के पदों में व्यक्त कीजिए।

अथवा

ऊष्मा प्रवाह के लिए एकविमोय आंशिक अवकल समीकरण लिखिए। लम्बाई  $L$  वालो एक समांग छड़ के लिए जो ऊष्मारोधी पदार्थ से घिरी है, निम्नलिखित परिसीमा प्रतिबंधों के अधीन उसके तापमान वितरण का व्यापक हल प्राप्त कीजिए :

$$T(0, t) = 0, \quad t \geq 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = 0, \quad t \geq 0.$$