No. of Printed Pages : 16 **BPHCT-131**

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)
(BSCG)
Term-End Examination
June, 2023
BPHCT-131 : MECHANICS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Note : *(i) Attempt **all** questions.*

(ii) The marks for each question are indicated against it.

(iii) Symbols have their usual meanings.

(iv) You may use a calculator.

1. Answer any ***five*** parts : 2 each

(a) Show that for any two vectors $\vec{p}$ and $\vec{q}$:

$$\left|\vec{p} \cdot \vec{q}\right|^2 + \left|\left(\vec{p} \times \vec{q}\right)\right|^2 = p^2 q^2$$

(b) State the order and degree of the ODE :

$$\left(y'\right)^2 + 2y' = 0 .$$

(c) A car of mass 3000 kg is moving in a circular path of radius 10 m at a constant speed of 6 ms^{-1}. Calculate the centripetal force on it.

(d) Calculate the work done by the force $F = (2.0x - 5.0x^2)$ N in moving a particle of mass 2.0 kg from $x_1 = 1.0$ m to $x_2 = 3.0$ m.

(e) What is the rotational K. E. of a particle of mass 2 kg moving in a circle of radius 1 m with an angular speed of 1 rad s^{-1} ?

(f) State Kepler's law of harmonics for planetary motion.

(g) Two tuning forks of frequencies 383 Hz and 389 Hz are sounded simultaneously. Calculate the beat frequency.

(h) Give *one* example of waves :

(i) which require a medium for propagation.

(ii) which do not require a medium for propagation.

2. Answer any ***two*** parts :

(a) (i) Determine torque about the point $(1, 0, -1)$ due to a force $\vec{F} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ being exerted at the point $(2, -1, -4)$. 2

(ii) Determine the velocity and acceleration of a particle with position vector : 3

$$\vec{r}(t) = \cos^2 t\,\hat{i} + \sin^2 t\,\hat{j} + \cos 2t\,\hat{k}$$

(b) Show that the following ODE is exact and solve it : 5

$$\left(3e^x - 2 + y\right)dx + \left(x + e^y - 7\right)dy = 0$$

(c) Solve the following boundary value problem : 5

$$y'' - 4y' + 4y = 0$$

$$y(0) = 3$$

$$y(1) = 0.$$

3. Answer any ***two*** parts :

(a) A ship of mass 4×10^8 kg is moving at a constant velocity. Its engine generates a

forward thrust of 8×10^5 N. Determine (i) the upward bouyant force on the ship due to water and (ii) the resistive force exerted by water on the ship. 5

Take $g = 10\ \text{ms}^{-2}$.

(b) Calculate the value of acceleration due to the Earth's gravity at an altitude of 5.0×10^3 km and at the depth of 10 km. Given $g_0 = 10\ \text{ms}^{-2}$. Take $R_E = 6400$ km. 5

(c) (i) If the force of friction is 20 N, what power is needed to maintain a steady speed of an object at 2.0 ms^{-1} on level ground ? 2

(ii) A woman of mass 80 kg and her car are suddenly accelerated from rest to a speed of 6.0 ms^{-1} as a result of rear-end collision. Obtain the impulse on the woman and the average force exerted on her if the duration of the collision is 0.8 s. 2+1

4. Answer any ***two*** parts : 5 each

(a) (i) A girl is sitting on a giant wheel at a distance of 5.0 m from its centre. What is her speed when the wheel is turning at the rate of 1 revolution every 5 s ?

2

(ii) State the law of conservation of angular momentum. A satellite having moment of inertia of 10000 kgm^2 is rotating at angular speed of 1 r.p.m. If its moment of inertia is increased to 30000 kgm^2, what will its angular speed be (in r.p.m.) ? 2+1

(b) (i) What is a central force ? What are the two constants of motion under central conservative forces ? 2+1

(ii) Determine the centre of mass and relative coordinates of a system consisting of two particles of masses of 1.5 kg and 2.5 kg placed 3.0 m apart. 2

(c) Two balls of masses 1 kg and 3 kg collide head on in an elastic collision in the equal and opposite velocities $\vec{v}$. Determine their final velocities. 5

5. Answer any ***two*** parts :

(a) (i) The amplitude of oscillation of a simple harmonic oscillator is 40 cm. Show that its instantaneous kinetic energy is less than its average kinetic energy when the displacement is 30 cm. 3

(ii) An object undergoes SHM with frequency $f = 0.45$ Hz. The initial displacement is 0.025 m and the initial velocity is 1.5 ms^{-1}. Calculate the amplitude of the oscillation. 2

(b) The motion of a simple pendulum is described by the differential equation : 5

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 9x = 0$$

Write the solution of this differential equation for the following set of initial conditions :

$$\text{at } t = 0,\ x = 3\,\text{cm and } \frac{dx}{dt} = 0.$$

(c) A travelling wave is given by :

$$y(x,t) = 0.18 \sin (10.2t - 3.2x + 1.8) \text{ m}$$

where x is measured in metres and t is measured in seconds. Determine the distance by which the origin on the x-axis should be shifted so that the expression for the wave becomes : 5

$$y(x,t) = 0.18 \sin (10.2t - 3.2x) \text{ m}$$

BPHCT-131

विज्ञान स्नातक (बी. एस.-सी.)

(बी. एस. सी. जी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2023

बी.पी.एच.सी.टी.-131 : यांत्रिकी

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *(i)* ***सभी*** प्रश्न कीजिए।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

1. कोई ***पाँच*** भाग कीजिए : प्रत्येक 2

(क) सिद्ध कीजिए कि किन्हीं **दो** सदिशों $\vec{p}$ और $\vec{q}$ के लिए :

$$\left|\vec{p} \cdot \vec{q}\right|^2 + \left|\left(\vec{p} \times \vec{q}\right)\right|^2 = p^2 q^2$$

(ख) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के कोटि और घात लिखिए :

$$(y')^2 + 2y' = 0$$

(ग) द्रव्यमान $3000\,\text{kg}$ की एक कार त्रिज्या $10\,\text{m}$ वाले वर्तुल पथ पर $6\,\text{ms}^{-1}$ की अचर चाल से गतिमान है। उस पर लग रहे अभिकेन्द्र बल की गणना कीजिए।

(घ) द्रव्यमान $2.0\,\text{kg}$ के एक कण को $x_1 = 1.0\,\text{m}$ से $x_2 = 3.0\,\text{m}$ तक ले जाने में बल $\text{F} = \left(2.0x - 5.0x^2\right)\text{N}$ द्वारा किए गए कार्य की गणना कीजिए।

(ङ) द्रव्यमान $2\,\text{kg}$ वाले कण की, जो त्रिज्या $1\,\text{m}$ के वृत्त में $1\,\text{rads}^{-1}$ की कोणीय चाल से गतिमान है, घूर्णी गतिज ऊर्जा क्या है ?

(च) ग्रहीय गति के लिए कैप्लर का सह-स्वरता का नियम लिखिए।

(छ) 383 Hz तथा 389 Hz आवृत्तियों वाले दो स्वरित्र द्विभुजों को एक साथ ध्वनित किया जाता है। विस्पंद आवृत्ति परिकलित कीजिए।

(ज) निम्नलिखित तरंगों का **एक-एक** उदाहरण दीजिए :

(i) वे तरंगें जिन्हें संचरण के लिए माध्यम की आवश्यकता होती है।

(ii) वे तरंगें जिन्हें संचरण के लिए माध्यम की आवश्यकता नहीं होती है।

2. कोई **दो** भाग कीजिए : प्रत्येक 5

(क) (i) बिन्दु $(2, -1-4)$ पर लग रहे बल $\vec{F} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ का बिन्दु $(1, 0, -1)$ के प्रति बल आघूर्ण ज्ञात कीजिए। 2

(ii) स्थिति सदिश :

$$\vec{r}(t) = \cos^2 t\,\hat{i} + \sin^2 t\,\hat{j} + \cos 2t\,\hat{k}$$

वाले कण का वेग और त्वरण प्राप्त कीजिए। 3

(ख) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण यथातथ है और उसे हल कीजिए : 5

$$\left(3e^x - 2 + y\right)dx + \left(x + e^y - y\right)dy = 0$$

(ग) निम्नलिखित परिसीमा मान समस्या को हल कीजिए : 5

$$y'' - 4y' + 4y = 0$$

$$y(0) = 3$$

$$y(1) = 0$$

3. कोई **दो** भाग कीजिए :

(क) द्रव्यमान $4 \times 10^8 \text{kg}$ का एक जहाज अचर वेग से गतिमान है। उसके इंजन का प्रणोद $8 \times 10^5 \text{N}$ है। (i) पानी के कारण जहाज़ पर लग रहे उत्प्लावन बल और (ii) पानी द्वारा जहाज़ पर आरोपित प्रतिरोध बल ज्ञात कीजिए। $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ लें। 5

(ख) ऊँचाई 5.0×10^3 km और गहराई 10 km पर पृथ्वी के गुरुत्वीय त्वरण की गणना कीजिए। दिया है कि $g_0 = 10 \text{ ms}^{-2}$। $R_E = 6400 \text{ km}$ लीजिए। 5

(ग) (i) यदि घर्षण बल 20 N हो, तो समतल भूमि पर किसी पिंड की स्थिर चाल 2.0 ms^{-1} बनाए रखने के लिए कितनी शक्ति की आवश्यकता होगी ? 2

(ii) द्रव्यमान $80\,kg$ की महिला और उसकी कार पीछे से हुए संघट्टन के कारण विरामावस्था से अचानक त्वरित होते हैं और उनकी चाल $6.0\,ms^{-1}$ हो जाती है। महिला पर आवेग और उस पर लगे औसत बल की गणना कीजिए यदि संघट्टन की अवधि $0.8\ s$ है। 2+1

4. कोई **दो** भाग कीजिए :

(क) (i) एक लड़की एक विशाल झूले (giant wheel) पर उसके केन्द्र से $5.0\ m$ की दूरी पर बैठी है। जब झूला $5\ s$ में एक परिक्रमण की दर से घूमता है, तो लड़की की चाल क्या है ? 2

(ii) कोणीय संवेग का संरक्षण नियम लिखिए। एक उपग्रह, जिसका जड़त्व आघूर्ण $10000\,kgm^2$ है, की कोणीय चाल

1 r.p.m. है। यदि उसका जड़त्व आघूर्ण बढ़ाकर $30000\,\text{kgm}^2$ कर दिया जाए, तो उसकी कोणीय चाल (r.p.m.) में क्या होगी ? 2+1

(ख) (i) केन्द्रीय बल क्या होता है ? केन्द्रीय संरक्षी बलों के अधीन गति के लिए गति के दो अचर क्या हैं ? 2+1

(ii) एक-दूसरे से $3.0\,\text{m}$ की दूरी पर रखे द्रव्यमानों $1.5\,\text{kg}$ और $2.5\,\text{kg}$ के दो कणों की निकाय के संहति केन्द्र और आपेक्षिक निर्देशांक प्राप्त कीजिए। 2

(ग) द्रव्यमानों $1\,\text{kg}$ और $3\,\text{kg}$ वाली दो गेंदों का सीधा प्रत्यास्थ संघट्टन होता है जब वे एक-दूसरे की विपरीत दिशा में वेग $\vec{v}$ से गतिमान हैं। उनके अंतिम वेग ज्ञात कीजिए। 5

5. कोई **दो** भाग कीजिए :

(क) (i) किसी सरल आवर्ती दोलक का आयाम $40\ \text{cm}$ है। सिद्ध कीजिए कि जब विस्थापन $30\,\text{cm}$ है, तो दोलक की तात्क्षणिक गतिज ऊर्जा इसकी औसत गतिज ऊर्जा से कम है। 3

(ii) एक पिंड आवृत्ति $f = 0.45\ \text{Hz}$ से सरल आवर्त गति करता है। उसका आरम्भिक विस्थापन $0.025\,\text{m}$ और आरम्भिक वेग $1.5\,\text{ms}^{-1}$ है। दोलन के आयाम की गणना कीजिए। 2

(ख) किसी सरल लोलक की गति निम्नलिखित अवकल समीकरण द्वारा व्यक्त होती है : 5

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 9x = 0$$

निम्नलिखित आरम्भिक प्रतिबंधों के लिए इस अवकल समीकरण का हल लिखिए :

$t = 0$ पर $x = 3\,\text{cm}$ और $\frac{dx}{dt} = 0$।

(ग) एक प्रगामी तरंग का व्यंजक निम्नलिखित है : 5

$$y(x,t) = 0.18 \sin (10.2t - 3.2x + 1.8) \text{ m}$$

जहाँ x का मापन मीटर में और t का सेकण्ड में किया गया है। वह दूरी परिकलित कीजिए जिस पर मूलबिन्दु को x-अक्ष के अनुदिश स्थानांतरित करने पर तरंग का व्यंजक निम्नलिखित हो जाएगा :

$$y(x,t) = 0.18 \sin (10.2t - 3.2x) \text{ m}$$