BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

June, 2022

PHYSICS

BPHE-106/PHE-06 : THERMODYNAMICS AND STATISTICAL MECHANICS

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

Note : ***All*** *questions are* ***compulsory****. However, internal choices are given. The marks for each question are indicated against it. You may use a calculator. Symbols have their usual meanings.*

---

1. Answer any ***three*** parts : *3×5=15*

(a) What is degree of freedom ? Calculate the degree of freedom for a rigid diatomic molecule.

(b) State the first law of thermodynamics. Write its differential form. State its significance and limitations.

(c) Using Maxwell's relations, derive the first and second TdS equations.

(d) Define Fermi energy. Show that its expression is given by

$$\varepsilon_F = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3}$$

(e) The average energy of helium molecules is $2{\cdot}89 \times 10^{-21}$ J. Calculate their average speed and most probable speed.

2. Answer any ***one*** part : *1×5=5*

(a) Obtain an expression for work done by an ideal gas in an adiabatic process which obeys the relation PV^{γ} = constant, where γ is the ratio of molar heat capacities at constant pressure and constant volume.

(b) Derive Clausius-Clapeyron equation. Hence explain, why vegetables are cooked faster in a pressure cooker.

3. Answer any ***two*** parts : *2×5=10*

(a) What is Gibbs paradox ? For an ideal monatomic gas, derive Sackur-Tetrode equation for the entropy.

(b) For second order phase transition, derive the Ehrenfest's equation

$$\frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{C_{p_2} - C_{p_1}}{TV(\alpha_{p_2} - \alpha_{p_1})}$$

where C_p is specific heat capacity at constant pressure and α_p is isobaric volume expansivity.

(c) Two moles of a perfect gas occupy a volume of $0{\cdot}050\ m^3$ and exert a pressure of $2{\cdot}6 \times 10^5\ Nm^{-2}$. It is compressed isobarically to a volume of $0{\cdot}035\ m^3$. Calculate the work done on the gas and the change in its temperature. (Given : $R = 8{\cdot}3\ JK^{-1}\ mol^{-1}$)

4. Define mean free path of a molecule. Obtain the expression for survival equation. Also plot survival equation. *2+6+2*

OR

The thermodynamic probability of a boson system is given by

$$W[\{N\}] = \prod_i \frac{(g_i + N_i - 1)!}{N!\,(g_i - 1)!}$$

Starting from this relation, obtain the expression for Bose-Einstein distribution function. *10*

5. (a) What are critical constants ? For a Van der Waals gas show that

$$C_c = \frac{R\,T_c}{p_c V_c} = \frac{8}{3}$$

What is the value of C_c for an ideal gas ? *1+3+1*

(b) What is the adiabatic lapse rate ? Show that $\frac{dT}{dh} = -\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)\frac{Mg}{R}$. *5*

OR

What is Joule-Thomson effect ? Show that the expression for Joule-Thomson coefficient is given by

$$\mu = -\frac{1}{C_p}\left[V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right]$$

Also show that for an ideal gas $\mu = 0$. *10*

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2022

भौतिक विज्ञान

बी.पी.एच.ई.-106/ पी.एच.ई.-06 : ऊष्मागतिकी तथा सांख्यिकीय यांत्रिकी

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : ***सभी*** *प्रश्न* ***अनिवार्य*** *हैं । तथापि, आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं ।*

1. किन्हीं ***तीन*** भागों के उत्तर दीजिए : *3×5=15*

(क) स्वातंत्र्य कोटि क्या होती है ? दृढ़ (rigid) द्विपरमाणुक अणु के लिए स्वातंत्र्य कोटि परिकलित कीजिए ।

(ख) ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम का कथन लिखिए । प्रथम नियम का अवकल रूप लिखिए । इसकी सार्थकता तथा सीमाएँ बताइए ।

(ग) मैक्सवेल संबंध का उपयोग कर प्रथम TdS समीकरण तथा द्वितीय TdS समीकरण व्युत्पन्न कीजिए ।

(घ) फर्मी ऊर्जा को परिभाषित कीजिए । सिद्ध कीजिए कि इसका व्यंजक निम्नलिखित होता है :

$$\varepsilon_F = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3}$$

(ङ) हीलियम अणुओं की माध्य ऊर्जा $2{\cdot}89 \times 10^{-21}$ J है । इन अणुओं की माध्य चाल तथा सर्वाधिक प्रायिकता चाल परिकलित कीजिए ।

2. किसी ***एक*** भाग का उत्तर दीजिए : *1×5=5*

(क) रुद्धोष्म प्रक्रम में आदर्श गैस द्वारा, जो कि संबंध PV^γ = अचर, का अनुपालन करती है, किए गए कार्य का व्यंजक प्राप्त कीजिए, जहाँ γ अचर दाब एवं अचर आयतन पर मोलीय ऊष्मा धारिताओं का अनुपात है ।

(ख) क्लॉसियस-क्लैपेरॉन समीकरण व्युत्पन्न कीजिए । अतएव, व्याख्या कीजिए कि प्रेशर कुकर में सब्ज़ियाँ जल्दी क्यों पक जाती हैं ।

3. किन्हीं ***दो*** भागों के उत्तर दीजिए : *2×5=10*

(क) गिब्ज़ विरोधाभास क्या है ? एकपरमाणुक आदर्श गैस के लिए एन्ट्रॉपी का ज़ाकर-टेट्रोड समीकरण व्युत्पन्न कीजिए ।

(ख) द्वितीय कोटि प्रावस्था संक्रमण के लिए, निम्नलिखित ऐरनफेस्ट समीकरण व्युत्पन्न कीजिए :

$$\frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{C_{p_2} - C_{p_1}}{TV(\alpha_{p_2} - \alpha_{p_1})}$$

जहाँ C_p अचर दाब पर विशिष्ट ऊष्मा धारिता तथा α_p समदाबी आयतन प्रसारिता है ।

(ग) दो मोल आदर्श गैस $0{\cdot}050\ m^3$ आयतन घेरती है और $2{\cdot}6 \times 10^5\ Nm^{-2}$ का दाब डालती है । इसे समदाबी रूप से संपीडित करके इसका आयतन $0{\cdot}035\ m^3$ कर दिया जाता है । गैस पर किया गया कार्य और इसके ताप में हुए परिवर्तन का मान परिकलित कीजिए । (दिया गया है : $R = 8{\cdot}3\ JK^{-1}\ mol^{-1}$)

4. अणुओं के माध्य मुक्त पथ को परिभाषित कीजिए । अतिजीविता समीकरण के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए । अतिजीविता समीकरण का आरेख भी खींचिए । *2+6+2*

अथवा

बोसॉन तंत्र के लिए ऊष्मागतिकी प्रायिकता का व्यंजक निम्नलिखित दिया गया है :

$$W[\{N\}] = \prod_i \frac{(g_i + N_i - 1)!}{N!\,(g_i - 1)!}$$

इस संबंध से प्रारम्भ कर, बोस-आइन्स्टाइन बंटन फलन का व्यंजक प्राप्त कीजिए । *10*

5. (क) क्रांतिक नियतांक क्या होते हैं ? वाण्डर वाल्स गैस के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$C_c = \frac{R\,T_c}{p_c V_c} = \frac{8}{3}$$

आदर्श गैस के लिए C_c का मान क्या है ? *1+3+1*

(ख) रुद्धोष्म ह्रास दर क्या होती है ? सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dT}{dh} = -\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)\frac{Mg}{R}.$$ *5*

अथवा

जूल-टॉमसन प्रभाव क्या होता है ? सिद्ध कीजिए कि जूल-टॉमसन गुणांक का व्यंजक निम्नलिखित होता है :

$$\mu = -\frac{1}{C_p}\left[V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right]$$

साथ ही सिद्ध कीजिए कि आदर्श गैस के लिए $\mu = 0$ होता है । *10*