

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

June, 2022

MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

- Note :** (i) Question No. 7 is compulsory.
(ii) Attempt any four questions from the Question Nos. 1 to 6.
(iii) Usual notations are used.
(iv) Use of calculator is not allowed.

1. (a) Show that the function $f(x) = \frac{3}{x+2}$ is not continuous at $x = -2$. Redefine $f(x)$ to make it continuous. 3
- (b) Determine : 2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1 - x \log a}{x^2}$$

P. T. O.

- (c) Find the standard deviation of the following data : 5

x	f
5	3
15	7
25	9
35	23
45	15
55	8
65	6
75	4

2. (a) Let the p. d. f. of x be

$$f(x) = 2x^k; 0 < x \leq 1.$$

Find k and variance of x . 3

- (b) Find the maximum value of $\left(\frac{1}{x}\right)^x$. 3

- (c) Compute the correlation coefficient between x and y from the following data : 4

x	y
10	18
14	12
18	24
22	6
26	30
30	36

[3]

MTE-03

3. (a) Evaluate : 3

$$I = \int \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} dx$$

- (b) Find the equation of the tangent to the circle :

$$x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 0$$

at the point P (3, -10) on it. 3

- (c) Two horses A and B were tested according to the time (in seconds) to run a given track, with results : 4

A	B
28	29
30	30
32	30
33	24
33	27
29	29
34	

Test whether the two are equally efficient at 5% level of significance.

[Given : $t_{(11,5\%)} = 2.20$.]

P. T. O.

[4]

MTE-03

4. (a) Show that the point (1, 2, 3) is common to the lines joining : 4

A (4, 8, 12) to B (2, 4, 6)

and C (3, 5, 4) to D (5, 8, 5)

- (b) Show that the vectors :

$$5a + 6b + 7c,$$

$$7a - 8b + 9c$$

and $3a + 20b + 5c$

are coplanar. 3

- (c) The reaction times of sample of 6 individuals to certain stimula were obtained as (0.53, 0.46, 0.50, 0.49, 0.52, 0.53). Find the unbiased estimate of the population mean and estimate of the population standard deviation. 3

5. (a) Evaluate : 3

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 3 \sin x) dx$$

- (b) Let the p. d. f. of X is :

$$f(x) = k \exp\left(\frac{-x}{\sigma}\right); 0 \leq x < \infty$$

$\sigma > 0, k$ is a constant. Find k and $E(X)$. 3

(c) Solve :

4

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$$

6. (a) Given the following data, on flower/fruit :

	Flower violet	Flower white
Fruit prickly	47	21
Fruit smooth	12	3

At 5% level of significance test for the association between colour and nature.

[Given : $\chi_{(1,5\%)}^2 = 3.841$]. 6

(b) Find the equation of the line passing through (1, -1, 2), having direction ratio (2, 0, 1). 4

7. State whether the following statements are True or False. Give reason : 10

(i) For binomial distribution :

Mean > Variance

(ii) At $x = 8$, the function $f(x) = \frac{x^2 - 64}{x + 2}$ is

continuous.

(iii) Each term a_n of a G. P. is the geometric mean of a_{n-1} and a_{n+1} .

(iv) The area of the quadrilateral ABCD;

A (- 2, - 3), B (6, - 5), C (18, 9) and D (0, 12) is taken in order is not 206.

(v) The domain of the function :

$$f(x) = \sqrt{9 - 20x^2}$$

is R.

MTE-03

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2022

एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : (i) प्रश्न सं. 7 अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न सं. 1 से 6 तक किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(iii) संकेतनों के अर्थ सामान्य हैं।

(iv) कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (क) दर्शाइए कि फलन $f(x) = \frac{3}{x+2}$, $x = -2$ पर सतत् नहीं है। इसे सतत् बनाने के लिए फिर से परिभाषित कीजिए। 3

(ख) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1 - x \log a}{x^2}$ ज्ञात कीजिए। 2

P. T. O.

(ग) निम्नलिखित आँकड़ों का मानक विचलन ज्ञात

कीजिए :

5

x	f
5	3
15	7
25	9
35	23
45	15
55	8
65	6
75	4

2. (क) मान लीजिए कि x का p. d. f

$f(x) = 2x^k; 0 < x \leq 1$ है। k का मान और

x का प्रसरण ज्ञात कीजिए।

(ख) $\left(\frac{1}{x}\right)^x$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। 3

- (ग) निम्नलिखित आँकड़ों से x और y के बीच सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए : 4

x	y
10	18
14	12
18	24
22	6
26	30
30	36

3. (क) $I = \int \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} dx$ को ज्ञात कीजिए। 3

- (ख) वृत्त $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 0$ के बिन्दु $P(3, -10)$ पर स्पर्शरेखा की समीकरण ज्ञात कीजिए। 3

- (ग) एक दिए गये मार्ग पर दो घोड़ों A और B की दौड़ में लगे समय (सेकण्ड में) का परीक्षण किया गया और निम्नलिखित परिणाम प्राप्त किये गये : 4

A	B
28	29
30	30
32	30
33	24
33	27
29	29
34	

5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए कि दोनों समान रूप से सक्षम हैं।

[दिया है : $t_{(11,5\%)} = 2.20$] ।

4. (क) दर्शाइए कि A (4, 8, 12) से B (2, 4, 6) और C (3, 5, 4) से D (5, 8, 5) को जोड़ने वाली रेखाओं पर बिन्दु (1, 2, 3) उभयनिष्ठ है। 4

- (ख) दर्शाइए कि सदिश :

$$5a + 6b + 7c,$$

$$7a - 8b + 9c$$

और $3a + 20b + 5c$

समतलीय हैं।

3

- (ग) किसी उद्दीपन के लिए 6 व्यक्तियों के एक प्रतिदर्श का प्रतिक्रिया समय (0.53, 0.46, 0.50, 0.49, 0.52, 0.53) प्राप्त हुआ। समष्टि माध्य का अनभिन्नत आकलक और समष्टि का मानक विचलन आकलित कीजिए। 3

5. (क) $I = \int_0^{\pi/2} (2x - 3 \sin x) dx$ को ज्ञात कीजिए।

3

(ख) मान लीजिए कि X का p. d. f. निम्नलिखित है :

$$f(x) = k \exp\left(\frac{-x}{\sigma}\right); \quad 0 \leq x \leq \infty$$

$\sigma > 0$ और k एक नियत है। k और $E(X)$ ज्ञात कीजिए।

3

(ग) हल कीजिए :

4

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$$

6. (क) फूल/फल पर निम्नलिखित आँकड़े दिए गये हैं :

6

	बैंगनी फूल	सफेद फूल
काँटेदार फल	47	21
चिकना फल	12	3

5% सार्थकता स्तर पर रंग और प्रकृति के संगत का परीक्षण कीजिए।

6

[दिया गया है : $\chi^2_{(1,5\%)} = 3.841$]।

(ख) बिन्दु $(1, -1, 2)$ से गुजरने वाली और $(2, 0, 1)$

दिक् अनुपात वाली रेखा की समीकरण ज्ञात कीजिए।

4

7. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य या असत्य हैं ? कारण दीजिए :

10

(i) द्विपद बंटन के लिए माध्य $>$ प्रसरण है।

(ii) $x = 8$ पर फलन $f(x) = \frac{x^2 - 64}{x + 2}$ सतत् है।

(iii) G. P. का प्रत्येक पद a_n, a_{n-1} और a_{n+1} का गुणोत्तर माध्य होता है।

(iv) चतुर्भुज ABCD : A $(-2, -3)$, B $(6, -5)$, C $(18, 9)$ और D $(0, 12)$ एक क्रम में लिए गए हैं, का क्षेत्रफल 206 नहीं है।

(v) फलन $f(x) = \sqrt{9 - 20x^2}$ का प्रांत R है।