BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)
(BSCG)

Term-End Examination

June, 2022

BPHCT-131 : MECHANICS

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

Note : *Answer **all** questions. The marks for each question are indicated against it. You may use a calculator. Symbols have their usual meanings.*

1. Answer any ***five*** parts : *5×2=10*

(a) For any two vectors $\vec{p}$ and $\vec{q}$, show that $|\vec{p} . \vec{q}|^2 + |\vec{p} \times \vec{q}|^2 = p^2q^2$.

(b) Classify the following ODE on the basis of order, degree, linearity/non-linearity and homogeneity/non-homogeneity :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E$$

(c) In the following cases identify the inertial and non-inertial frames, giving reasons :

(i) A ball being swung in a circle

(ii) A car moving in a straight line at constant speed

(d) Calculate the impulse for a ball of mass 20 g which strikes a wall straight with a speed of 10 ms^{-1} and rebounds at the same speed.

(e) The average angular acceleration of a stone lodged in a rotating car wheel is 100 rad s^{-2}. What will be its final angular speed after 3·0 s if it starts from rest ?

(f) Determine the reduced mass of a two body system consisting of a star of mass M and a black hole of mass 150 M.

(g) Write the differential equation for the motion of a one-dimensional spring-mass system. What is its frequency of oscillation in terms of the force constant of the spring and the mass ?

(h) Are water waves transverse or longitudinal ? Explain your answer.

2. Answer any ***two*** parts : *2×5=10*

(a) Determine the torque about the point $(0, 1, -1)$ due to a force $\vec{F} = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ acting at the point $(2, -1, -4)$. *5*

(b) Solve the following boundary value problem : *5*

$16y'' + y = 0,\ y(0) = 2,\ y(2\pi) = -3$

(c) A curve is represented by the following parametric equations :

$x = 4,\ y = t^2 + 6,\ z = 3 - 2t$

Determine the unit tangent vector to the curve at $t = 1$. *5*

3. Answer any ***two*** parts : *2×5=10*

(a) A crate is moved across the floor by pulling a rope tied to it. The force on the crate is of magnitude 400 N and is directed at an angle of 60° to the horizontal. The force of kinetic friction on the crate is 100 N and the mass of the crate is 200 kg. Draw the free body diagram and calculate the acceleration of the crate. Also calculate the work done by each force in displacing the crate by 3·0 m. Take $g = 10\ ms^{-2}$. *1+2+2*

(b) State the law of conservation of energy. A block of mass 1·5 kg is pushed against a spring kept on a table and compresses it by 20 cm. Then the block is released and it slides along the table. If the coefficient of kinetic friction between the block and the table is 0·2 and the spring constant is 150 Nm^{-1}, how far will the block move before it comes to rest ? Take g = 10 ms^{-2}. *1+4*

(c) Two particles of mass 2m and 5m, respectively, are separated by a distance 2r. A mass m is kept at the mid-point of the line joining them. Determine the net gravitational force on the mass m. At what point on the line should the mass m be kept so that the net gravitational force on it is zero ? *2+3*

4. Answer any ***two*** parts : *2×5=10*

(a) A disc having rotational inertia $1{\cdot}5 \times 10^{-3}$ kg m^2 is attached to an electric motor which delivers a torque of 30 Nm on the disc. Calculate the disc's angular speed, angular momentum and work done by the torque in 20 s given that it starts from rest. *1+1+1+2*

(b) What are the constants of motion for motion under central conservative forces ? Derive the Law of Equal Areas for central force motion. *2+3*

(c) Derive the expression for the total kinetic energy of a two-particle system in terms of the velocity of its c.m. and the velocities of the particles with respect to the c.m. *5*

5. Answer any ***two*** parts : *2×5=10*

(a) The velocities of an object executing SHM are 10 cm s^{-1} and 20 cm s^{-1} when its displacements are 8 cm and 4 cm, respectively. Calculate the amplitude of the SHM and its time period. *3+2*

(b) Consider two collinear harmonic oscillations each having frequency ω_0, amplitudes a and b, and phases ϕ_a and ϕ_b. Determine the amplitude of the motion resulting from the superposition of these two oscillations for (i) $\phi_a - \phi_b = 2m\pi$, and (ii) $\phi_a - \phi_b = (2m + 1)\,\pi$ where m is an integer. *5*

(c) The differential equation of an oscillator of mass 0·2 kg is :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 10\frac{dx}{dt} + 15x = 0$$

Calculate the force constant, angular frequency, damping constant and damping factor. What is the nature of damping ? *1×5=5*

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

(बी.एस.सी.जी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2022

बी.पी.एच.सी.टी.-131 : यांत्रिकी

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : ***सभी*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । आप कैल्कुलेटर का उपयोग कर सकते हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं ।*

1. किन्हीं ***पाँच*** भागों के उत्तर दीजिए : *5×2=10*

(क) किन्हीं दो सदिशों $\vec{p}$ और $\vec{q}$ के लिए, सिद्ध कीजिए कि $|\vec{p} . \vec{q}|^2 + |\vec{p} \times \vec{q}|^2 = p^2q^2$.

(ख) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण की कोटि, घात, रैखिकता/अरैखिकता और समघातता/असमघातता के आधार पर वर्गीकरण कीजिए :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E$$

(ग) कारण सहित समझाइए कि निम्नलिखित तंत्रों में से जड़त्वीय तंत्र कौन-सा है और अजड़त्वीय तंत्र कौन-सा है :

(i) वृत्त में गतिमान गेंद से जुड़ा तंत्र

(ii) सीधी सड़क पर अचर चाल से गतिमान गाड़ी से जुड़ा तंत्र

(घ) द्रव्यमान 20 g की एक गेंद का आवेग परिकलित कीजिए जब वह एक दीवार पर 10 ms^{-1} की चाल से सीधे टकराती है और उसी चाल से वापस लौट आती है ।

(ङ) गाड़ी के घूर्णन करते हुए पहिये में अटके एक कंकड़ का औसत कोणीय त्वरण 100 rad s^{-2} है । 3·0 s के बाद उसकी अंतिम कोणीय चाल क्या होगी, यदि वह विरामावस्था से घूर्णन करना प्रारंभ करता है ?

(च) द्रव्यमान M के एक तारे और द्रव्यमान 150 M के एक ब्लैक होल से बने द्वि-पिंड निकाय का समानीत द्रव्यमान ज्ञात कीजिए ।

(छ) एक-विम कमानी-द्रव्यमान निकाय की गति के लिए अवकल समीकरण लिखिए । द्रव्यमान और कमानी बल नियतांक के पदों में निकाय की दोलन आवृत्ति क्या है ?

(ज) जल तरंगें अनुप्रस्थ होती हैं या अनुदैर्घ्य ? अपने उत्तर को समझाइए ।

2. किन्हीं ***दो*** भागों के उत्तर दीजिए : *2×5=10*

(क) बिन्दु $(2, -1, -4)$ पर लग रहे बल $\vec{F} = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ के कारण बिन्दु $(0, 1, -1)$ के प्रति बल-आघूर्ण की गणना कीजिए । *5*

(ख) निम्नलिखित परिसीमा-मान समस्या को हल कीजिए : *5*

$$16y'' + y = 0,\ y(0) = 2,\ y(2\pi) = -3$$

(ग) एक वक्र को निम्नलिखित प्राचलिक समीकरणों द्वारा निरूपित किया जाता है :

$$x = 4,\ y = t^2 + 6,\ z = 3 - 2t$$

बिन्दु $t = 1$ पर इस वक्र पर एकक स्पर्शी सदिश ज्ञात कीजिए । *5*

3. किन्हीं ***दो*** भागों के उत्तर दीजिए : *2×5=10*

(क) एक क्रेट को फ़र्श पर उस पर बँधी हुई एक रस्सी से खींचा जाता है । क्रेट पर लगने वाले बल का परिमाण 400 N है और बल की दिशा और क्षैतिज के बीच का कोण $60°$ है । क्रेट पर लगने वाला गतिक घर्षण बल 100 N है और क्रेट का द्रव्यमान 200 kg है । इस निकाय के लिए बल-निर्देशक आरेख खींचिए और क्रेट का त्वरण परिकलित कीजिए । क्रेट को 3·0 m विस्थापित करने में प्रत्येक बल द्वारा किया गया कार्य भी परिकलित कीजिए । $g = 10\ ms^{-2}$ लीजिए । *1+2+2*

(ख) ऊर्जा संरक्षण नियम का कथन दीजिए । द्रव्यमान 1·5 kg के एक ब्लॉक द्वारा मेज़ पर रखी कमानी को दबाया जाता है, जिससे कमानी 20 cm से संपीडित हो जाती है । फिर ब्लॉक को छोड़ दिया जाता है और वह मेज़ पर फिसलता है । यदि ब्लॉक और मेज़ के बीच गतिक घर्षण गुणांक 0·2 है और कमानी नियतांक 150 Nm^{-1} है, तो विरामावस्था में पहुँचने तक ब्लॉक मेज़ पर कितनी दूरी तय करेगा ? g = 10 ms^{-2} लीजिए । *1+4*

(ग) द्रव्यमान 2m और 5m वाले दो कणों के बीच की दूरी 2r है । इन कणों को जोड़ने वाली रेखा के मध्य-बिंदु पर द्रव्यमान m के एक कण को रखा जाता है । द्रव्यमान m वाले कण पर नेट गुरुत्वाकर्षण बल ज्ञात कीजिए । रेखा के किस बिंदु पर द्रव्यमान m वाले कण को रखा जाना चाहिए ताकि उस पर लग रहा नेट गुरुत्वाकर्षण बल शून्य हो जाए ? *2+3*

4. किन्हीं ***दो*** भागों के उत्तर दीजिए : *2×5=10*

(क) एक चकती को, जिसका जड़त्व आघूर्ण $1{\cdot}5 \times 10^{-3}$ kg m^2 है, एक विद्युत मोटर से जोड़ा जाता है जो उस पर 30 Nm का बल-आघूर्ण आरोपित करती है । यदि चकती प्रारंभ में विरामावस्था में हो, तो 20 s बाद चकती की कोणीय चाल, कोणीय संवेग और बल-आघूर्ण द्वारा किया गया कार्य परिकलित कीजिए । *1+1+1+2*

(ख) केंद्रीय संरक्षी बलों के अधीन गति के लिए गति के अचर क्या हैं ? केन्द्रीय बल के अधीन गति के लिए समान-क्षेत्रफल नियम व्युत्पन्न कीजिए । *2+3*

(ग) एक द्वि-कण निकाय की कुल गतिज ऊर्जा का व्यंजक, उसके संहति केंद्र के वेग और संहति केंद्र के सापेक्ष उसके कणों के वेगों के पदों में व्युत्पन्न कीजिए । *5*

5. किन्हीं ***दो*** भागों के उत्तर दीजिए : *2×5=10*

(क) सरल आवर्त गति कर रहे एक पिंड के वेग क्रमश: 10 cm s^{-1} और 20 cm s^{-1} हैं जब उसके विस्थापन क्रमश: 8 cm और 4 cm हैं । सरल आवर्त दोलन का आयाम तथा आवर्तकाल परिकलित कीजिए । *3+2*

(ख) दो संरेख आवर्ती दोलन लीजिए, जिनकी प्रत्येक की आवृत्ति ω_0 है, आयाम a और b हैं, और प्रारंभिक कलाएँ ϕ_a और ϕ_b हैं । इन दो दोलनों के अध्यारोपण के फलस्वरूप परिणामी गति का आयाम निर्धारित कीजिए यदि : *5*

(i) $\phi_a - \phi_b = 2m\pi$ हो और

(ii) $\phi_a - \phi_b = (2m + 1)\,\pi$ हो ।

(m एक पूर्णांक है)

(ग) द्रव्यमान 0·2 kg के एक दोलनकारी पिंड का अवकल समीकरण निम्नवत् है :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 10\frac{dx}{dt} + 15x = 0$$

बल नियतांक, कोणीय आवृत्ति, अवमंदन नियतांक और अवमंदन गुणांक परिकलित कीजिए । अवमंदन की प्रकृति कैसी है ? *1×5=5*