

No. of Printed Pages : 11

**MTE-08**

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME  
(BDP)**

**Term-End Examination**

**June, 2021**

**(MATHEMATICS)**

**MTE-08 : DIFFERENTIAL EQUATION**

*Time : 2 Hours*

*Maximum Marks : 50*

**Note :** (i) *Question No. 1 is compulsory.*

(ii) *Answer any four questions from the remaining Question Nos. 2 to 7.*

(iii) *Use of calculators is not allowed.*

1. State whether the following statements are True or False. Justify your answer with the help of a short proof or a counter example :

$$5 \times 2 = 10$$

(a) The differential equation :

$$(1 - y)u_{xx} + 2(1 - x)u_{xy} + (1 + y)u_{yy} +$$

$$yu_x + xu_y = 0,$$

**P. T. O.**

[ 2 ]

**MTE-08**

is hyperbolic outside the circle  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ .

(b)  $y^2$  is an integrating factor of the differential equation :

$$6xy dx + (4y + 9x^2) dy = 0$$

(c) The general integral of p. d. e.  $xp + yq = z$ ,

$$\text{is } F\left(\frac{x}{y}, \frac{z}{y}\right) = 0.$$

(d) The solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = y \text{ with } y(0) = 0 \text{ exists, but is not}$$

unique.

(e)  $\sin x \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 0$  in  $]0, \pi[$  is a linear

homogeneous equation.

2. (a) Apply the method of variation of parameter to solve the differential equation : 5

$$y'' + 6y' + 9y = \frac{1}{x^3} e^{-3x}, \quad x > 0$$

(b) Solve : 5

$$(D^2 - DD' + 2D' - 1)z = x^2 y^2$$

[ 3 ]

MTE-08

3. (a) Suppose that a thermometer having a reading of  $75^\circ\text{F}$  inside a house is placed outside where the air temperature is  $15^\circ\text{F}$ . Two minutes later it is found that the thermometer reading is  $30^\circ\text{F}$ . Find the temperature reading  $T(t)$  of the thermometer at any time  $t$ . 5

- (b) Solve the differential equation : 5

$$\frac{dx}{x(y^2 + z)} = \frac{dy}{-y(x^2 + z)} = \frac{dz}{z(x^2 - y^2)}$$

4. (a) Find the integral surface of the p. d. e. :

$$(x - y)p + (y - x - z)q = z$$

through the circle  $z = 1, x^2 + y^2 = 1$ . 5

- (b) Solve : 5

$$(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0$$

5. (a) Using Charpit's method, find the complete integral of the p. d. e. : 4

$$2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$$

[ 4 ]

MTE-08

- (b) Using the method of undetermined coefficients, solve the differential equation : 4

$$(D^3 + 2D^2 - D - 2)y = e^x + x^2$$

- (c) Solve the differential equation : 2

$$\frac{dy}{dx} = (x + y)^2$$

6. (a) Show that the equations : 5

$$xp = yq$$

$$\text{and } z(xp + yq) = 2xy$$

are compatible and solve them.

- (b) Solve the p. d. e. : 5

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 4y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 6y \frac{\partial z}{\partial y} = x^3 y^4$$

7. (a) Solve the wave equations : 6

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, 0 < x < \pi$$

P. T. O.

[ 5 ]

MTE-08

under the following conditions :

$$u = 0 \text{ when } x = 0 \text{ and } x = \pi$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \text{ when } t = 0 \text{ and}$$

$$u(x, 0) = f(x) \forall x$$

(b) Solve :

4

$$y + px - x^4 p^2 = 0.$$

[ 6 ]

MTE-08

**MTE-08**

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

( बी. डी. पी. )

सत्रांत परीक्षा

जून, 2021

( गणित )

एम.टी.ई.-08 : अवकल समीकरण

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : (i) प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न सं. 2 से 7 तक किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(iii) कैलकुलेटर्स के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

P. T. O.

[ 7 ]

MTE-08

1. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य।  
संक्षिप्त उपपत्ति अथवा प्रत्युदाहरण की सहायता से अपने  
उत्तर की पुष्टि कीजिए : 5×2=10

(क) अवकल समीकरण :

$$(1 - y)u_{xx} + 2(1 - x)u_{xy} + (1 + y)u_{yy} +$$

$$yu_x + xu_y = 0,$$

वृत्त  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$  के बाहर अतिपरवल्यिक  
है।

(ख)  $y^2$  अवकल समीकरण :

$$6xy dx + (4y + 9x^2) dy = 0$$

का समाकलन गुणक है।

(ग) p. d. e.  $xp + yq = z$  का व्यापक समीकरण

$$F\left(\frac{x}{y}, \frac{z}{y}\right) = 0 \text{ है।}$$

P. T. O.

[ 8 ]

MTE-08

- (घ) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = y$ , जहाँ  $y(0) = 0$ ,  
के हल का अस्तित्व है लेकिन हल अद्वितीय नहीं  
है।

(इ) अंतराल  $]0, \pi[$  में समीकरण :

$$\sin x \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 0$$

समघात रैखिक समीकरण है।

2. (क) अवकल समीकरण :

$$y'' + 6y' + 9y = \frac{1}{x^3} e^{-3x}, \quad x > 0$$

को प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए। 5

(ख) हल कीजिए : 5

$$(D^2 - DD' + 2D' - 1)z = x^2y^2$$

[ 9 ]

MTE-08

3. (क) मान लीजिए एक थर्मामीटर जिसकी घर के अंदर रीडिंग  $75^\circ\text{F}$  है, उसे बाहर रखा जाता है, जहाँ वायु तापमान  $15^\circ\text{F}$  है। दो मिनट के बाद थर्मामीटर की रीडिंग  $30^\circ\text{F}$  पाई जाती है। किसी भी समय  $t$  पर थर्मामीटर के तापमान की रीडिंग  $T(t)$  ज्ञात कीजिए। 5

(ख) अवकल समीकरण को हल कीजिए : 5

$$\frac{dx}{x(y^2 + z)} = \frac{dy}{-y(x^2 + z)} = \frac{dz}{z(x^2 - y^2)}$$

4. (क) आंशिक अवकल समीकरण :

$$(x - y)p + (y - x - z)q = z$$

का समाकल पृष्ठ ज्ञात कीजिए जो वृत्त

$$z = 1, x^2 + y^2 = 1 \text{ से गुजरता हो।} \quad 5$$

(ख) हल कीजिए : 5

$$(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0$$

P. T. O.

[ 10 ]

MTE-08

5. (क) चार्पिट विधि से आंशिक अवकल समीकरण

$$2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$$

का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए। 4

(ख) अनिर्धारित गुणांक विधि से अवकल समीकरण :

$$(D^3 + 2D^2 - D - 2)y = e^x + x^2$$

को हल कीजिए। 4

(ग) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = (x + y)^2$  को हल

कीजिए। 2

6. (क) दिखाइए कि समीकरण  $xp = yq$  और

$$z(xp + yq) = 2xy \text{ सुसंगत हैं और उन्हें हल}$$

कीजिए। 5

(ख) आंशिक अवकल समीकरण :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 4y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

$$+ 6y \frac{\partial z}{\partial y} = x^3 y^4$$

को हल कीजिए। 5

7. (क) तरंग समीकरण :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, 0 < x < \pi$$

को निम्नलिखित प्रतिबंधों के अधीन हल कीजिए :

$$u = 0 \quad \text{जब } x = 0 \quad \text{और } x = \pi$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad \text{जब } t = 0 \quad \text{और}$$

$$u(x, 0) = f(x) \quad \forall x.$$

(ख) हल कीजिए :

4

$$y + px - x^4 p^2 = 0.$$