

No. of Printed Pages : 11

MTE-03

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

June, 2021

MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

Note : (i) *Question No. 7 is compulsory.*

(ii) *Attempt any four questions from the Question Nos. 1 to 6.*

(iii) *Use of calculator is not allowed.*

1. (a) A bag contains 4 red and 3 blue balls. Two drawings of 2 balls are made (without replacement). Find the probability that the first drawing gives 2 red and the second gives 2 blue balls. 3

P. T. O.

[2]

MTE-03

- (b) Let the function $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ defined by $f(x) = x + 5$ and $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ defined by $g(x) = 5 - x$. Define $\frac{f}{g}$ and $\frac{g}{f}$. 2

- (c) Find the mean and variance of $1, 2, \dots, n, n \in \mathbf{N}$. 5

2. (a) Find the mean deviation about mean : 5

Marks	No. of Students
0—10	5
10—20	8
20—30	15
30—40	16
40—50	6

- (b) Obtain the line of regression of y on x , given the following data :

$$n = 5$$

$$\Sigma x = 20$$

$$\Sigma y = 6.7$$

$$\Sigma x^2 = 90$$

$$\Sigma y^2 = 10.19$$

$$\Sigma xy = 29.8.$$

Find y when $x = 5$ using the line of regression. 5

[3]

MTE-03

3. (a) Solve :

3

$$\frac{dy}{dx} = x^3y^2 + y^2$$

(b) The vertices of a triangle are (2, -1, 1), (1, -3, 5) and (3, -4, -4). Check whether they form a right-angle triangle. 4

(c) If for binomial variate X, 4 trials are made with probability of success $\frac{1}{3}$, find $P(X \geq 3)$. 3

4. (a) Find the equation of the tangent and normal to the circle $x^2 + y^2 = 18$ at the point (3, -3). 5

(b) Find the equation of the plane passing through the line of intersection of the planes $x + y + z - 6 = 0$ and $2x + 3y + 4z + 5 = 0$ and perpendicular to the plane $4x + 5y - 3z - 8 = 0$. 5

5. (a) For a Poisson variate X, $P(X = 2) = P(X = 3)$. Find $P(X > 2)$. 4

P. T. O.

[4]

MTE-03

(b) Evaluate :

6

$$\int \frac{xe^{2x}}{(2x+1)^2} dx$$

6. (a) If :

4

$$U = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right),$$

find the value of :

$$x \frac{\partial U}{\partial x} + y \frac{\partial U}{\partial y}.$$

(b) For the continuous distribution :

$$f(x) = c \exp\left(-\frac{x}{2}\right); 0 \leq x \leq \infty,$$

c being constant, find c and the mean and variance of x . 6

7. State whether the following statements are true or false. Give a short proof or a counter example in support of your answer : $2 \times 5 = 10$

(i) The function :

$$f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\};$$

$f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 1$ is bijective.

[5]

MTE-03

- (ii) The equation of the line parallel to $3x + 5y = 5$, passing through the point (1, 0) is $3x + 5y = 3$.

- (iii) The differential equation :

$$\frac{1}{y} dy + \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{y} \right) dx = 0$$

becomes exact on multiplying by x^2y .

- (iv) The probability of type-II error is to accept H_0 when it is true.
- (v) The mode of any distribution is unique.

[6]

MTE-03

MTE-03

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2021

एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : (i) प्रश्न सं. 7 अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न सं. 1 से 6 तक किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(iii) कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (क) एक थैले में 4 लाल और 3 नीली गेंदें हैं। बिना प्रतिस्थापना के 2 गेंदें दो बार निकाली जाती हैं।

P. T. O.

[7]

MTE-03

वह प्राथिकता ज्ञात कीजिए कि पहली बार में दो लाल गेंदें और दूसरी बार में दो नीली गेंदें निकलती हैं। 3

(ख) मान लीजिए कि फलन $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 5$ और फलन $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = 5 - x$ द्वारा परिभाषित हैं। $\frac{f}{g}$ और $\frac{g}{f}$ को परिभाषित कीजिए। 2

(ग) 1, 2,, n, $n \in \mathbf{N}$ का माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए। 5

2. (क) माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए : 5

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0—10	5
10—20	8
20—30	15
30—40	16
40—50	6

P. T. O.

[8]

MTE-03

(ख) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए x पर y की समाश्रयण रेखा ज्ञात कीजिए : 5

$$n = 5$$

$$\Sigma x = 20$$

$$\Sigma y = 6.7$$

$$\Sigma x^2 = 90$$

$$\Sigma y^2 = 10.19$$

$$\Sigma xy = 29.8.$$

समाश्रयण रेखा का प्रयोग करके $x = 5$ पर y ज्ञात कीजिए।

3. (क) हल कीजिए : 3

$$\frac{dy}{dx} = x^3 y^2 + y^2$$

(ख) एक त्रिभुज के शीर्ष $(2, -1, 1)$, $(1, -3, 5)$ और $(3, -4, -4)$ हैं। जाँच कीजिए कि ये शीर्ष एक समकोण त्रिभुज बनाते हैं या नहीं। 4

[9]

MTE-03

(ग) यदि एक द्विपद चर X के लिए सफलता की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ के साथ 4 प्रयास किये जाते हैं, तो $P(X \geq 3)$ ज्ञात कीजिए। 3

4. (क) वृत्त $x^2 + y^2 = 18$ के बिंदु $(3, -3)$ पर स्पर्श रेखा और अभिलंब की समीकरण ज्ञात कीजिए। 5

(ख) उस समतल की समीकरण ज्ञात कीजिए, जो समतलों $x + y + z - 6 = 0$ और $2x + 3y + 4z + 5 = 0$ की प्रतिच्छेदन रेखा से गुजरता है और समतल $4x + 5y - 3z - 8 = 0$ के लंबवत् है। 5

5. (क) प्वाँयसां चर X के लिए $P(X = 2) = P(X = 3)$ है। $P(X > 2)$ ज्ञात कीजिए। 4

(ख) $\int \frac{xe^{2x}}{(2x+1)^2} dx$ का मान निकालिए। 6

P. T. O.

[10]

MTE-03

6. (क) यदि :

4

$$U = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$$

है, तो $x \frac{\partial U}{\partial x} + y \frac{\partial U}{\partial y}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ख) एक सतत् बंटन :

$$f(x) = c \exp\left(-\frac{x}{2}\right); 0 \leq x \leq \infty,$$

जहाँ c एक अचर है, के लिए c का मान, x के माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए। 6

7. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति उदाहरण दीजिए : $2 \times 5 = 10$

(i) फलन $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$; $f(1) = 2$, $f(2) = 3$, $f(3) = 1$ एक एकैकी आच्छादक फलन है।

(ii) रेखा $3x + 5y = 5$ के समानान्तर और बिंदु $(1, 0)$ से गुजरने वाली रेखा की समीकरण $3x + 5y = 3$ है।

(iii) अवकल समीकरण :

$$\frac{1}{y} dy + \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{y} \right) dx = 0$$

को x^2y से गुणा करने पर वह यथातथ बन जाती है।

(iv) प्रकार II त्रुटि, H_0 को स्वीकार करना जब यह सत्य है, है।

(v) किसी बंटन का बहुलक अद्वितीय होता है।