

**BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)**

**Term-End Examination**

**June, 2021**

**PHYSICS**

**PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN**

**PHYSICS—I**

**PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN**

**PHYSICS—II**

*Time : 3 Hours*

*Maximum Marks : 50*

**Instructions :**

- (i) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- (ii) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

**विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )**

**सत्रांत परीक्षा**

**जून, 2021**

**भौतिक विज्ञान**

**पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I**

**पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II**

*समय : 3 घण्टे*

*अधिकतम अंक : 50*

**निर्देश :**

- (i) जो छात्र पी. एच. ई.-04 और पी. एच. ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।
- (ii) जो छात्र पी. एच. ई.-04 या पी. एच. ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।

## BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

## Term-End Examination

June, 2021

PHYSICS

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN

PHYSICS—I

Time :  $1\frac{1}{2}$  Hours

Maximum Marks : 25

**Note :** (i) Attempt all questions.

(ii) The marks for each question are indicated against it.

(iii) Symbols have their usual meanings.

(iv) You may use a calculator.

1. Answer any **three** parts : 4 each

- (a) A force  $\vec{F} = (6\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$  is applied at the point P(1, -1, 2). Determine the torque of the force about the point A(2, -3, 1).

P. T. O.

- (b) Determine the magnitude and direction of maximum rate of change of the scalar field  $\phi = 3x^3y^2z^4$  at the point (1, -1, 1).
- (c) For a scalar field  $\phi$  and a vector field :

$$\vec{A} = A_1\hat{i} + A_2\hat{j} + A_3\hat{k}$$

show that :

$$\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{A}) = \phi (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \phi).$$

- (d) A conducting wire placed along the  $z$ -axis carries current  $I$ . The resulting magnetic vector potential is :

$$\vec{A} = \frac{\mu I}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{\rho}\right) \hat{e}_z$$

Determine the magnetic induction :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}.$$

- (e) Determine the work done in moving a particle along the path  $y = 4x^2$  from the point (0, 0) to the point (1, 4) under the action of a force  $\vec{F} = 2xy^2\hat{i} - 3x^2\hat{j}$ .

[ 5 ] BPHE-104/PHE-04/PHE-05

2. State the divergence theorem and use it to determine the flux of a vector field :

$$\vec{A} = 3xy\hat{i} - y^2\hat{j} + xz\hat{k}$$

over the surface of a cube defined by the equations : 1, 4

$$0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1; 0 \leq z \leq 1.$$

*Or*

The volume charge density of a charge cloud contained in a sphere of radius 4 cm, centred at the origin is : 5

$$\rho(x, y, z) = 16\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \frac{\mu\text{C}}{\text{cm}^3}$$

Using spherical polar coordinates, calculate the total charge Q contained in the sphere :

$$Q = \iiint_V \rho dV,$$

where V is the volume of the sphere in which the charge is contained.

P. T. O.

[ 6 ] BPHE-104/PHE-04/PHE-05

3. A radioactive source emits on the average, 4 particles in five seconds. Calculate the probability that it emits 3 particles during a 5 second period. 3

*Or*

The probability that team "A" wins a match is 0.6. Calculate the probability that this team wins at least 3 matches out of 5 matches played.

4. Balls of different masses are hung from an elastic band and the length of the band is recorded for each ball as given in the following table : 5

Mass $m$ (g)	Length $L$ (cm)
50	25
100	28
150	32
200	34
250	38

Obtain the correlation coefficient for the above data.

[ 7 ] BPHE-104/PHE-04/PHE-05

Or

Calculate the mean and variance of the normal distribution given by :

$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right],$$

$-\infty \leq x \leq \infty; \sigma > 0$

[ 8 ] BPHE-104/PHE-04/PHE-05

**BPHE-104/PHE-04**

विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )

सत्रांत परीक्षा

जून, 2021

भौतिक विज्ञान

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय

विधियाँ-I

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

---

नोट : (i) सभी प्रश्न कीजिए।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

---

---

P. T. O.

1. कोई *तीन* भाग कीजिए : प्रत्येक 4

(क) बिन्दु  $P(1, -1, 2)$  पर लग रहे बल

$$\vec{F} = (6\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) \text{ के कारण बिन्दु } A(2, -3, 1)$$

के प्रति बल आघूर्ण की गणना कीजिए।

(ख) बिन्दु  $(1, -1, 1)$  पर अदिश क्षेत्र  $\phi = 3x^3y^2z^4$  की अधिकतम परिवर्तन दर का परिमाण और दिशा निर्धारित कीजिए।

(ग) एक अदिश क्षेत्र  $\phi$  और एक सदिश क्षेत्र

$$\vec{A} = A_1\hat{i} + A_2\hat{j} + A_3\hat{k} \text{ के लिए सिद्ध कीजिए}$$

कि :

$$\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{A}) = \phi (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \phi)$$

(घ)  $z$ -अक्ष के अनुदिश एक चालक तार में धारा  $I$

प्रवाहित हो रही है। इसके परिणामस्वरूप

चुम्बकीय सदिश विभव का व्यंजक निम्नलिखित

है :

$$\vec{A} = \frac{\mu I}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{\rho}\right) \hat{e}_z$$

चुम्बकीय प्रेरण  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$  निर्धारित कीजिए।

(ङ) बल  $\vec{F} = 2xy^2\hat{i} - 3x^2\hat{j}$  द्वारा, एक कण को वक्र  $y = 4x^2$  के अनुदिश बिन्दु  $(0, 0)$  से बिन्दु  $(1, 4)$  तक ले जाने में किए गए कार्य की गणना कीजिए।

2. डाइवर्जेंस प्रमेय का कथन दीजिए और उसका प्रयोग

करके समीकरण :

$$1 + 4$$

$$0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1; 0 \leq z \leq 1$$

द्वारा परिभाषित घन के पृष्ठ पर सदिश क्षेत्र

$$\vec{A} = 3xy\hat{i} - y^2\hat{j} + xz\hat{k}$$

का अभिवाह परिकलित कीजिए।

## अथवा

मूलबिन्दु पर केन्द्रित 4 cm त्रिज्या के गोले में समाहित आवेश-मेघ का आयतन आवेश घनत्व है : 5

$$\rho(x, y, z) = 16\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \frac{\mu\text{C}}{\text{cm}^3}$$

गोलीय ध्रुवीय निर्देशांकों का प्रयोग करते हुए गोले में विद्यमान कुल आवेश Q का परिकलन कीजिए :

$$Q = \iiint_V \rho dV$$

जहाँ V गोले का वह आयतन है जिसमें आवेश-मेघ समाहित है।

3. एक रेडियोऐक्टिव स्रोत से औसतन पाँच सेकंड में 4 कण उत्सर्जित होते हैं। इस स्रोत से पाँच सेकंड में 3 कणों के उत्सर्जित होने की प्रायिकता परिकलित कीजिए। 3

P. T. O.

## अथवा

एक टीम "A" की मैच जीतने की प्रायिकता 0.6 है। इस टीम द्वारा खेले गए 5 मैचों में से इसके 3 मैच जीतने की प्रायिकता परिकलित कीजिए।

4. विभिन्न द्रव्यमानों की गेंदें एक इलास्टिक बैंड से लटकाई जाती हैं और प्रत्येक गेंद के लिए मापी गयी बैंड की लम्बाई निम्नलिखित सारणी में दी गयी है : 5

द्रव्यमान $m$ (g)	लम्बाई $L$ (cm)
50	25
100	28
150	32
200	34
250	38

इन आँकड़ों के लिए सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए।

अथवा

निम्नलिखित सामान्य बंटन फलन के लिए माध्य और प्रसरण परिकलित कीजिए :

$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right],$$

$$-\infty \leq x \leq \infty; \sigma > 0.$$

PHE-05

## BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

## Term-End Examination

June, 2021

PHYSICS

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN

PHYSICS—II

Time :  $1\frac{1}{2}$  Hours

Maximum Marks : 25

**Note :** (i) Answer all questions.

(ii) The marks for each question are indicated against it.

(iii) You may use log tables or calculators.

(iv) Symbols have their usual meanings.

1. Answer any **three** parts : 5 each

(a) Show that the ODE :

$$y^2 dx + 2xy dy = 0$$

is an exact equation and obtain its general solution.

P. T. O.

[ 15 ] BPHE-104/PHE-04/PHE-05

(b) Obtain the general solution of the ODE :

$$y'' + y = 2 \sin x.$$

(c) Reduce the following PDE into three ODEs :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \phi(x, y, t) + \lambda \frac{\partial \phi}{\partial t}(x, y, t) = 0.$$

(d) Show that the function  $z = 3x^2y - y^3$  satisfies the two-dimensional Laplace equation.

(e) A signal  $E(t) = E_0 \cos \omega t$  is imposed on a circuit having a resistor  $R$  and a capacitor  $C$  as its elements in series. Determine the charge in the circuit as a function of time.

2. Answer any **two** parts : 5 each

(a) Use the method of power series to solve the equation :

$$y' + xy = 2x^2 - x.$$

P. T. O.

[ 16 ] BPHE-104/PHE-04/PHE-05

(b) Obtain the Fourier series expansion of the function :

$$f(x) = \frac{10}{L} x,$$

on the interval  $-L < x < L$ .

(c) The temperature distribution  $T(x, t)$  in a uniform bar of length  $L$ , is given by the following partial differential equation :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, t); (0 < x < L; t \geq 0)$$

Solve this equation to obtain the temperature distribution subject to the following boundary and initial conditions :

$$T(0, t) = \frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = 0$$

and  $T(x, 0) = T_0 \sin \frac{3\pi x}{2L}.$



**PHE-05**

विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )

सत्रांत परीक्षा

जून, 2021

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

**नोट :** (i) सभी प्रश्न हल कीजिए।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

(iv) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. किन्हीं *तीन* भागों के उत्तर दीजिए : प्रत्येक 5

(क) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित ODE यथातथ है :

$$y^2 dx + 2xy dy = 0$$

तथा इसका व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

(ख) साधारण अवकल समीकरण :

$$y'' + y = 2 \sin x$$

का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

(ग) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को तीन साधारण अवकल समीकरणों में समानीत कीजिए :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \phi(x, y, t) + \lambda \frac{\partial \phi}{\partial t}(x, y, t) = 0$$

(घ) दिखाइए कि फलन  $z = 3x^2y - y^3$ , द्विविमीय लाप्लास समीकरण को सन्तुष्ट करता है।(ङ) e.m.f. के एक स्रोत  $E(t) = E_0 \cos \omega t$  को एक श्रेणी परिपथ में एक प्रतिरोधक R और एक

[ 19 ] BPHE-104/PHE-04/PHE-05

संधारित्र C के साथ लगाया जाता है। परिपथ में आवेश को समय के फलन के रूप में प्राप्त कीजिए।

2. किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए : प्रत्येक 5

(क) घात श्रेणी विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए :

$$y' + xy = 2x^2 - x$$

(ख) अंतराल  $-L < x < L$  पर फलन  $f(x) = \frac{10}{L}x$  का फूरिए श्रेणी प्रसार प्राप्त कीजिए।

(ग) लम्बाई L वाले एक समांग छड़ में तापमान वितरण  $T(x, t)$  निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण द्वारा निदर्शित होता है :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, t), (0 < x < L; t \geq 0)$$

[ 20 ] BPHE-104/PHE-04/PHE-05

निम्नलिखित आदि और परिसीमा प्रतिबन्धों के अधीन इस समीकरण को हल कीजिए और तापमान वितरण प्राप्त कीजिए :

$$T(0, t) = \frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = 0$$

और  $T(x, 0) = T_0 \sin \frac{3\pi x}{2L}$ .

BPHE-104/PHE-04/PHE-05

3,530

P. T. O.