

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA

&

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

01120

Instructions :

1. *Students registered for both MTE-04 & MTE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
2. *Students who have registered for MTE-04 or MTE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

एवं

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

निर्देश :

1. जो छात्र एम.टी.ई.-04 और एम.टी.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।
2. जो छात्र एम.टी.ई.-04 या एम.टी.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

June, 2016

**ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS
MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA**

Time : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks : 25

(Weightage : 70%)

*Note : Question no. 1 is **compulsory**. Attempt any **three** questions from questions no. 2 to 5. Use of calculators is **not** allowed.*

1. Which of the following statements are *true*, and which are *false* ? Justify your answers. 10
- (a) Any polynomial of degree $n \geq 1$ over \mathbf{C} can be expressed as a product of polynomials of degree 1 over \mathbf{C} .
- (b) The argument of any purely imaginary number is 0 or π .
- (c) $\{\phi, -2, \text{Delhi, Mathematics}\}$ is a set.

- (d) Given any n numbers, their AM is larger than or equal to their GM.
- (e) Any system of two or more linear equations has a solution.
2. (a) Calculate the square roots of $-15 - 8i$. 2
- (b) Calculate the value of x so that
- $$\begin{vmatrix} a & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ x & 0 & c \end{vmatrix} = 0, \quad abc \neq 0. \quad 2$$
- (c) Give examples of two infinite sets A and B such that $A \setminus B$ is also an infinite set. 1
3. Solve $x^4 + 2x^3 - 25x^2 - 26x + 120 = 0$, given that the product of two of its roots is 8. 5
4. (a) If $a, b, x, y \in \mathbf{R}$ such that $a^2 + b^2 = 1$ and $x^2 + y^2 = 1$, then prove that $ax + by \leq 1$. 2
- (b) Use the principle of induction to prove that the number of subsets of a set having n elements is 2^n , for $n \geq 1$. 3

5. (a) A firm has two grades of coffee beans, Grade A and Grade B. 40 kg of Grade A and 45 kg of Grade B are to be mixed and packaged into two types of packets of 1 kg each — economy type and special type. The economy pack consists of beans of Grade A and Grade B in the ratio 1 : 3. The special pack consists of beans of Grade A and Grade B in equal proportion. Find the number of economy and special packs that can be made, using the substitution method. 4
- (b) Give an example from daily life of a statement involving \forall and \exists . 1
-

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2016

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 5 में से किन्हीं
तीन प्रश्नों को हल कीजिए। कैल्कुलेटर्स के प्रयोग करने की
अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं, और कौन-से
असत्य ? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। 10

(क) C पर घात $n \geq 1$ के किसी भी बहुपद को C पर घात 1
के बहुपदों के गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा
सकता है।

(ख) किसी भी शुद्धतः अधिकल्पित संख्या का कोणांक
0 या π है।

(ग) $\{\phi, -2, \text{दिल्ली}, \text{गणित}\}$ एक समुच्चय है।

(घ) किन्हीं भी n दी गई संख्याओं में, उनका AM उनके GM से बड़ा या उसके बराबर होता है।

(ङ) दो या अधिक रैखिक समीकरणों के किसी भी निकाय का हल होता है।

2. (क) $-15 - 8i$ के वर्गमूल परिकलित कीजिए। 2

(ख) x का ऐसा मान परिकलित कीजिए जिससे कि

$$\begin{vmatrix} a & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ x & 0 & c \end{vmatrix} = 0, abc \neq 0. \quad 2$$

(ग) दो ऐसे अनंत समुच्चयों A और B के उदाहरण दीजिए जिनके लिए $A \setminus B$ भी एक अनंत समुच्चय हो। 1

3. समीकरण $x^4 + 2x^3 - 25x^2 - 26x + 120 = 0$ को हल कीजिए, जहाँ दिया गया है कि इसके दो मूलों का गुणनफल 8 है। 5

4. (क) यदि $a, b, x, y \in \mathbf{R}$ ऐसे हैं कि $a^2 + b^2 = 1$ और $x^2 + y^2 = 1$, तब सिद्ध कीजिए कि $ax + by \leq 1$. 2

(ख) आगमन नियम से सिद्ध कीजिए कि $n \geq 1$ के लिए, n अवयवों वाले समुच्चय के उपसमुच्चयों की संख्या 2^n है। 3



5. (क) एक कम्पनी के पास कॉफी के दानों की दो श्रेणियाँ हैं, श्रेणी A और श्रेणी B । श्रेणी A के 40 कि.ग्रा. और श्रेणी B के 45 कि.ग्रा. को मिलाकर एक-एक कि.ग्रा. के दो प्रकार के पैकेटों — इकोनॉमी प्रकार और विशेष प्रकार, में डालना है । इकोनॉमी पैकेट में श्रेणी A और श्रेणी B के दानों का अनुपात 1 : 3 है, जबकि विशेष पैकेट में दोनों श्रेणी A तथा श्रेणी B का अनुपात समान है । प्रतिस्थापन विधि से ज्ञात कीजिए कि कितने इकोनॉमी और विशेष पैक बनाए जा सकते हैं ।

4

(ख) दैनिक जीवन से एक ऐसे कथन का एक उदाहरण दीजिए जिसमें \forall और \exists का इस्तेमाल हो ।

1

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)
Term-End Examination
June, 2016**

**ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS
MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY**

Time : $1\frac{1}{2}$ hours

*Maximum Marks : 25
(Weightage : 70%)*

***Note :** Question no. 5 is **compulsory**. Answer any **three** questions from questions no. 1 to 4. Use of calculators is **not** allowed.*

1. (a) If the tangents at two points of a parabola are at right angles, then show that they intersect at a point on the directrix. 2
- (b) Show that the points (2, 0, 1), (0, 4, -3) and (-2, 5, 0) are non-collinear. Hence find the equation of plane passing through them. 3

2. (a) Identify the type of the conic

$$4(x - 2y + 1)^2 + 9(2x + y + 2)^2 = 25.$$
2
- (b) What surface is represented by $x^2 + y^2 = 9z$?
 Give a rough sketch of it. Obtain the section of this surface by the plane $y = 0$. 3

3. (a) Find the equation of the right circular cone when the straight line $2y + 3z = 6$, $x = 0$ revolves about the z -axis. 3
- (b) Does the equation
- $$\frac{2}{r} = 3 \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$
- represent a straight line? Justify your answer. 2
4. (a) Find the equations of the tangent planes to the conicoid $7x^2 - 3y^2 - z^2 + 21 = 0$, which pass through the line $7x - 6y + 9 = 0$, $z = 3$. 3
- (b) Find the new equation of the curve $(x - 2)^2 = y(y - 1)^2$ by transforming to parallel axes through the point $(2, 1)$. 2
5. State whether the following statements are *true* or *false*. Justify your answer with a brief explanation or with a counter-example. $5 \times 2 = 10$
- (a) The curve $x^4 + y^4 = 4a^2xy$ is symmetric with respect to the origin.
- (b) The direction cosines of the line $x = -y$, $z = 0$ are $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $-\frac{1}{\sqrt{2}}$, 0 .
- (c) The section of $2x^2 + y^2 = 2(1 - z^2)$ by the plane $x + 2 = 0$ is a hyperbola.
- (d) The xy -plane intersects the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - z = 2$ in a great circle.
- (e) If the projection of a line segment AB on another line is the line segment CD , then $|AB| = |CD|$.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2016

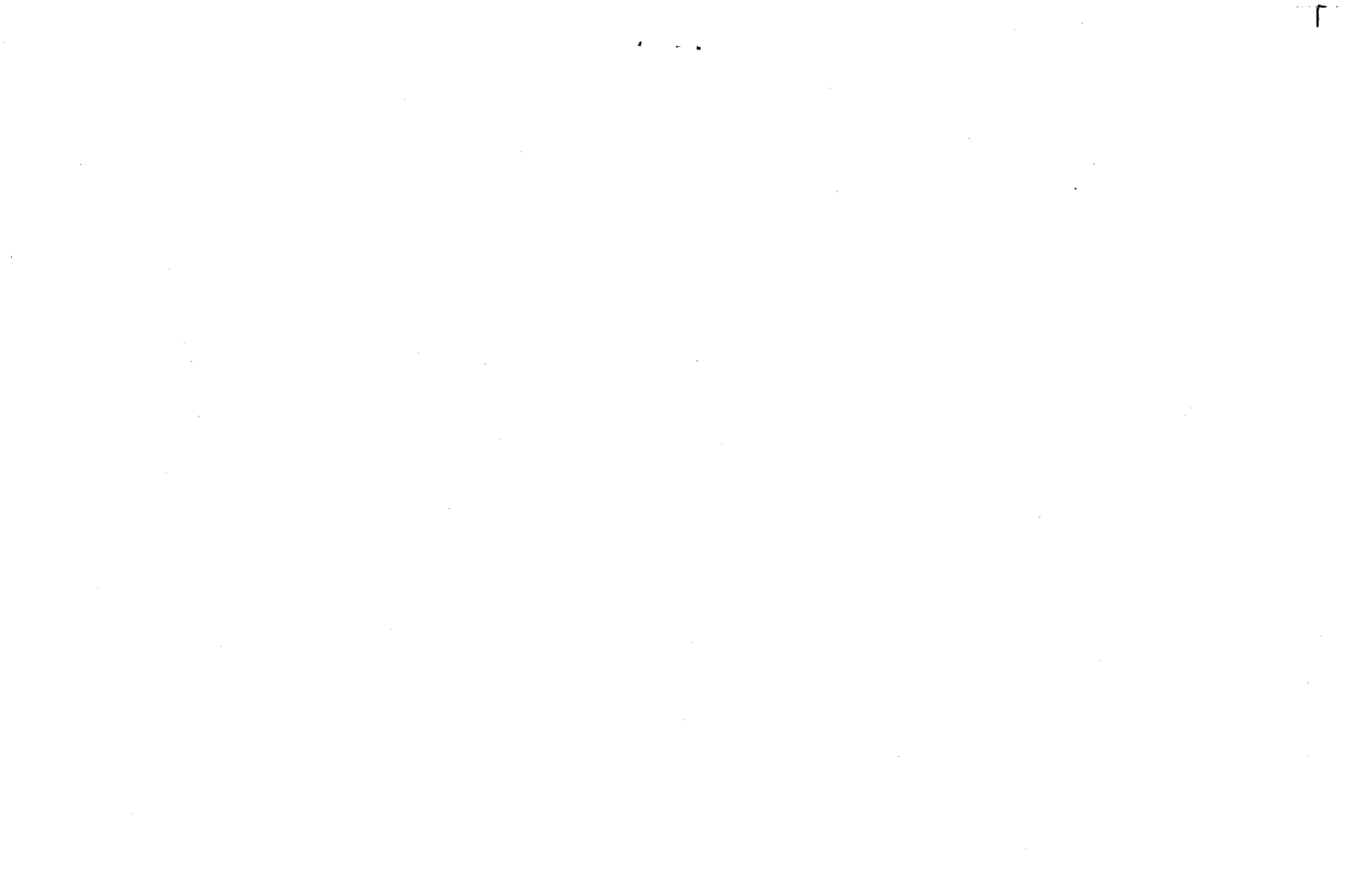
ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25
(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न सं. 5 करना अनिवार्य है । प्रश्न सं. 1 से 4 में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए । कैल्कुलेटरों के प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।

1. (क) यदि किसी परवलय के दो बिन्दुओं पर स्पर्शखाएँ लम्बवत् हैं, तो दिखाइए कि वे नियता पर किसी बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं । 2
- (ख) दिखाइए कि बिन्दु (2, 0, 1), (0, 4, -3) और (-2, 5, 0) असरेख हैं । अतः इनसे गुज़रने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए । 3
2. (क) शांकव $4(x - 2y + 1)^2 + 9(2x + y + 2)^2 = 25$ के प्रकार को पहचानिए । 2
- (ख) $x^2 + y^2 = 9z$ किस पृष्ठ को निरूपित करता है ? इसका स्थूल आरेख दीजिए । समतल $y = 0$ द्वारा इस पृष्ठ का परिच्छेद प्राप्त कीजिए । 3



3. (क) उस लम्ब-वृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जब सरल रेखा $2y + 3z = 6$, $x = 0$, z -अक्ष के सापेक्ष घूर्णन करती है ।

3

(ख) क्या समीकरण

$$\frac{2}{r} = 3 \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

सरल रेखा को निरूपित करता है ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए ।

2

4. (क) शांकवज $7x^2 - 3y^2 - z^2 + 21 = 0$ पर स्पर्श समतलों के समीकरण ज्ञात कीजिए, जो रेखा $7x - 6y + 9 = 0$, $z = 3$ से गुजरते हैं ।

3

(ख) बिन्दु $(2, 1)$ से गुजरने वाले समान्तर अक्षों में स्थानान्तरित करके, वक्र $(x - 2)^2 = y(y - 1)^2$ का नया समीकरण ज्ञात कीजिए ।

2

5. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं अथवा असत्य । अपने उत्तर की लघु-व्याख्या या प्रत्युदाहरण द्वारा पुष्टि कीजिए । $5 \times 2 = 10$

(क) वक्र $x^4 + y^4 = 4a^2xy$ मूल-बिन्दु के सापेक्ष सममित है ।

(ख) रेखा $x = -y$, $z = 0$ की दिक्कोज्याएँ $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $-\frac{1}{\sqrt{2}}$, 0 हैं ।

(ग) समतल $x + 2 = 0$ द्वारा $2x^2 + y^2 = 2(1 - z^2)$ का परिच्छेद एक अतिपरवलय है ।

(घ) xy -समतल गोले $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - z = 2$ को एक वृहत् वृत्त में प्रतिच्छेद करता है ।

(ङ) यदि किसी रेखा पर रेखा खण्ड AB का प्रक्षेप रेखा खण्ड CD है, तो $|AB| = |CD|$ होगा ।