No. of Printed Pages : 12

MECE-001

MASTER OF ARTS (ECONOMICS)

Term-End Examination

June, 2014

02352

MECE-001 : ECONOMETRIC METHODS

Time : 3 hours *Maximum Marks : 100*

Note : *Answer any **two** questions from Section A and any **five** questions from Section B.*

SECTION A

1. The relationship between variables Y and X is linear i.e. $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$. Assume, however, that the classical homoscedasticity assumption is violated. Specifically, for the first n_1 observations, the variance of the error term ε is 1, whereas for the remaining n_2 observations, the variance of the error term ε is 4.

(a) What problems arise if you estimate α and β by OLS ?

(b) How would you estimate α and β by generalized least squares ? *20*

2. The relationship between 2 variables, Y and X, is as follows :
$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$. Your data set consists of 6 observations and is as follows :

Y	4	2	0	3	2	1
X	1	1	1	2	2	2

(a) Using OLS regression, obtain estimates of α and β.

(b) What is the coefficient of determination (i.e. R^2) of your regression ? *20*

3. Assume that the true model in deviation form is $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$ and let the variance of ε_i be σ^2. Assume that the variable y*, instead of y, is obtained in the measurement process, where $y_i^* = y_i + v_i$. Assume that the variance of v_i is σ_v^2 and Cov $(v_i, x_i) = 0$. You run a regression with y* as the dependent variable and x as the independent variable. Let $\hat{\beta}$ be the OLS estimator of β.

(a) Is $\hat{\beta}$ an unbiased estimator of β ? Provide a proof for your answer.

(b) Show that the variance of $\hat{\beta}$ is increasing in σ_v^2, the variance of the measurement error. *20*

4. Let the dependent variable Y_i assume two values : 0 and 1. Let x_i denote the set of independent variables, some of which may be continuous. Assume that you build a linear probability model to study the impact of x_i on Y_i – i.e., $Y_i = x_i\beta + \varepsilon_i$, where ε_i is normalized to have zero mean.

(a) Show that for each x_i, the error term ε_i can take just two values.

(b) Show that Var $(\varepsilon_i | x_i)$, the variance of ε_i given x_i, is equal to $x_i\beta\,(1 - x_i\beta)$.

(c) In the model, why is the probability that $Y_i = 1$ given x_i not constrained to lie in the interval [0, 1] ? *20*

SECTION B

5. On the basis of n observations, let the statistic $\hat{\theta}$ be as follows : $\hat{\theta} = \theta$ with probability $1 - 1/n^2$ and $\hat{\theta} = 2$ with probability $1/n^2$.

(a) Is the statistic consistent ?

(b) Is the statistic unbiased ?

(c) Is the statistic asymptotically unbiased ? *12*

6. The relationship between variables Y and X is linear – i.e. $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$.

(a) State all the classical assumptions for ordinary least squares (OLS).

(b) Let $\hat{\beta}$ denote the OLS estimator of β. Show that all the classical assumptions are ***not*** required to demonstrate that $\hat{\beta}$ is an unbiased estimator (i.e. $E(\hat{\beta}) = \beta$). *12*

7. The relationship between variables Y, X_1 and X_2 is linear – i.e. $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$.

(a) Let $\hat{\beta}_1$ be the OLS estimator of β_1. If the correlation coefficient between X_1 and X_2 is increased (holding fixed the variances of X_1, X_2 and ε), does the variance of β_1 increase or decrease ? Discuss.

(b) In the context of this question, outline how you would use Klien's method to determine whether multicollinearity is a problem. *12*

8. Suppose that you have time series data for two variables, X and Y. Your model is as follows : $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$, $t = 1, 2, ..., T$; $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$, where ε_t is i.i.d. normal with mean 0 and variance σ^2.

(a) Show how you will use the Breusch-Godfrey test to detect autocorrelation in the error term, u_t. Remember to specify the distribution of the test statistic under the null hypothesis of no autocorrelation.

(b) Assuming that u_t is autocorrelated, show how you would use the Cochrane-Orcutt method to estimate β_1 and β_2 after correcting for autocorrelation of u_t. *12*

9. Consider the following distributed lag model : $Y_t = \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + u_t$, where u_t has mean 0 and is independent of the regressors.

(a) What is the short-run multiplier – i.e. the immediate response of Y_t to a unit change in X_t ?

(b) What is the long-run effect – i.e. equilibrium multiplier – of a unit change in X_t ?

(c) Will an OLS regression provide an unbiased estimator of the model's parameters ? *12*

10. You have time series data for two variables : Y_t and X_t. The model that applies for the first T_1 periods is as follows :

$Y_t = \alpha + \beta X_t + \rho X_t^2 + u_t$, $t = 1, 2, ..., T_1$.

For the remaining T_2 periods, the model that applies is as follows :

$Y_t = \alpha + \beta X_t + \theta X_t^3 + u_t$, $t = T_1 + 1, ..., T_1 + T_2$.

(a) Using the dummy variable approach, show how the two models can be combined into a single model that applies for all the $T_1 + T_2$ periods.

(b) How would you test the hypothesis that $P = \theta$? Specify the distribution of the test statistic under the null. *12*

11. Consider the following simple model of a market where Q_s denotes the quantity supplied, Q_d denotes the quantity demanded, and P is price.

$$Q_d = \alpha_1 + \beta_1 P + \gamma_1 z_1 + \gamma_2 z_2 + u_1$$

$$Q_s = \alpha_2 + \beta_2 P + u_2$$

$$Q_d = Q_s \ (\equiv Q)$$

(a) Write down the reduced form equation for P.

(b) Can the parameters of the reduced form equation derived above be consistently estimated by OLS ? Explain. *12*

एम.ए. (अर्थशास्त्र)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2014

एम.ई.सी.ई.-001 : अर्थमिति विधियाँ

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 100*

नोट : *भाग क से किन्हीं दो प्रश्नों और भाग ख से किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।*

भाग क

1. Y और X चरों के बीच का सम्बन्ध रैखिक अर्थात् $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$ है । मान लीजिए, हालाँकि क्लासिकी समविचालिता अभिधारणा का पालन नहीं किया गया है । विशेष रूप से प्रथम n_1 प्रेक्षणों के लिए, त्रुटि चर ε का प्रसरण 1 है, जबकि शेष n_2 प्रेक्षणों के लिए त्रुटि चर ε का प्रसरण 4 है ।

(क) यदि आप α और β को ओ.एल.एस. (OLS) द्वारा आकलित करते हैं, तो क्या समस्याएँ उत्पन्न होंगी ?

(ख) आप α और β को व्यापकीकृत न्यूनतम वर्ग (GLS) से कैसे आकलित करेंगे ? *20*

2. 2 चरों, अर्थात् Y तथा X के बीच का सम्बन्ध इस प्रकार है : $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$. आपके आँकड़े सेट में सम्मिलित 6 प्रेक्षण इस प्रकार है :

Y	4	2	0	3	2	1
X	1	1	1	2	2	2

(क) ओ.एल.एस. समाश्रयण का प्रयोग करते हुए, α और β के आकलन प्राप्त कीजिए ।

(ख) आपके समाश्रयण का निर्धारण गुणांक (अर्थात् R^2) क्या है ?

20

3. मान लीजिए कि विचलन रूप में सही मॉडल है, $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$ और मान लीजिए कि ε_i का प्रसरण σ^2 है । मान लीजिए कि y की बजाय, चर y* की प्राप्ति मापन प्रक्रिया में की जाती है, जहाँ $y_i^* = y_i + v_i$ है । मान लीजिए कि v_i का प्रसरण σ_v^2 और $\text{Cov}(v_i, x_i) = 0$ है । आप पराश्रित चर के रूप में y* और स्वतंत्र चर के रूप में x के साथ समाश्रयण कीजिए । मान लीजिए कि β का ओ.एल.एस. आकलक $\hat{\beta}$ है ।

(क) क्या $\hat{\beta}$, β का अनभिनत आकलक है ? अपने उत्तर का प्रमाण दीजिए ।

(ख) दर्शाइए कि $\hat{\beta}$ का प्रसरण, मापन त्रुटि के प्रसरण σ_v^2, में वर्धमान है ।

20

4. मान लीजिए कि पराश्रित चर Y_i के दो मान हैं : 0 और 1 । मान लीजिए कि x_i स्वतंत्र चरों के सेट को दर्शाता है जिनमें से कुछ सतत् हो सकते हैं । मान लीजिए कि आप Y_i पर x_i के प्रभाव अर्थात् $Y_i = x_i\beta + \varepsilon_i$, का अध्ययन करने के लिए रैखिक प्रायिकता मॉडल (LPM) बनाते हैं, जहाँ ε_i को शून्य माध्य की प्राप्ति के लिए प्रसामान्यीकृत किया जाता है ।

(क) दर्शाइए कि प्रत्येक x_i के लिए त्रुटि चर ε_i मात्र दो मान ले सकता है ।

(ख) दर्शाइए कि प्रसरण $(\varepsilon_i | x_i)$, ε_i आधारित x_i का प्रसरण, $x_i\beta\,(1 - x_i\beta)$, के समतुल्य है ।

(ग) मॉडल में, ऐसी प्रायिकता क्यों है कि $Y_i = 1$ आधारित x_i, अंतराल [0, 1] में निहित रहने के लिए अवरुद्ध क्यों नहीं है ? *20*

भाग ख

5. n प्रेक्षणों के आधार पर, मान लीजिए कि प्रतिदर्शज $\hat{\theta}$ इस प्रकार है : $\hat{\theta} = \theta$ जहाँ प्रायिकता $1 - 1/n^2$ है और $\hat{\theta} = 2$ जहाँ प्रायिकता $1/n^2$ है ।

(क) क्या प्रतिदर्शज संगत है ?

(ख) क्या प्रतिदर्शज अनभिनत है ?

(ग) क्या प्रतिदर्शज उपगामितः रूप से अनभिनत है ? *12*

6. चर Y और X के बीच का सम्बन्ध रैखिक - अर्थात् $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$ है ।

(क) सामान्य न्यूनतम वर्ग (ओ.एल.एस.) की सभी क्लासिकी अभिधारणाओं को व्यक्त कीजिए ।

(ख) मान लीजिए कि $\hat{\beta}$, β के ओ.एल.एस. आकलक को दर्शाता है । दर्शाइए कि अनभिनत आकलक (अर्थात् $E(\hat{\beta}) = \beta$) प्रमाण करने के लिए सभी क्लासिकी अभिधारणाओं की आवश्यकता ***नहीं*** पड़ती । *12*

7. चर Y, X_1 और X_2 के बीच का सम्बन्ध रैखिक - अर्थात् $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$ है ।

(क) मान लीजिए कि $\hat{\beta}_1$, β_1 का ओ.एस.एस. आकलक है । यदि X_1 और X_2 के बीच सहसंबंध गुणांक को बढ़ा दिया जाए, X_1, X_2 और ε के प्रसरणों को स्थिर (fixed) रखते हुए, क्या $\hat{\beta}_1$ का प्रसरण बढ़ता है या घटता है ? चर्चा कीजिए ।

(ख) इस प्रश्न के संदर्भ में, यह निर्धारण करने के लिए कि क्या बहुसंरेखता एक समस्या है या नहीं, क्लाइन (Klien) विधि का प्रयोग आप कैसे करेंगे ? संक्षेप में बताइए । *12*

8. मान लीजिए कि दो चरों, X तथा Y के लिए आपके पास काल शृंखला आँकड़े हैं । आपका मॉडल इस प्रकार है : $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$, $t = 1, 2, ..., T$; $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$, जहाँ ε_t, i.i.d. है, माध्य 0 और प्रसरण σ^2 के साथ सामान्य ।

(क) दर्शाइए कि ब्रुश-गॉडफ्रे (Breusch-Godfrey) परीक्षण का प्रयोग, आप त्रुटि चर u_t में स्वसहसम्बन्ध का पता लगाने के लिए कैसे करेंगे । स्वसहसम्बन्ध न होने की शून्य परिकल्पना के अंतर्गत परीक्षण प्रतिदर्शज बंटन को विशेष रूप से दर्शाना याद रखें ।

(ख) मान लीजिए कि u_t स्वसहसम्बन्धित है । दर्शाइए कि आप u_t के स्वसहसम्बन्ध को ठीक करने की बात को ध्यान में रखते हुए β_1 और β_2 के आकलन के लिए कोचेन-ऑरकट (Cochrane-Orcutt) विधि का प्रयोग कैसे करेंगे । *12*

9. निम्नलिखित बंटित पश्चता मॉडल पर विचार कीजिए :

$$Y_t = \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + u_t$$

जहाँ u_t का माध्य 0 और जो समाश्रयियों से स्वतंत्र है ।

(क) अल्पकालिक गुणक – अर्थात् X_t में यूनिट परिवर्तन के प्रति Y_t की तात्कालिक प्रतिक्रिया क्या है ?

(ख) दीर्घकालिक प्रभाव – अर्थात् X_t में यूनिट परिवर्तन का साम्य गुणक क्या है ?

(ग) क्या ओ.एल.एस. प्रणाली समाश्रयण मॉडल के प्राचलों का अनभिनत आकलक प्रदान करेगी ? *12*

10. आपके पास दो चरों : Y_t और X_t के लिए काल शृंखला आँकड़े हैं । प्रथम T_1 कालों के लिए लागू मॉडल इस प्रकार है :

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \rho X_t^2 + u_t,\ t = 1, 2, ..., T_1.$$

शेष T_2 कालों (समयावधियों) के लिए लागू मॉडल इस प्रकार है :

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \theta X_t^3 + u_t,\ t = T_1 + 1, ..., T_1 + T_2.$$

(क) मूक चर उपागम के प्रयोग से, दर्शाइए कि सभी $T_1 + T_2$ कालों पर लागू किए जाने वाले एकल मॉडल में दो मॉडलों को आपस में जोड़कर कैसे सम्मिलित किया जा सकता है ।

(ख) आप इस परिकल्पना का परीक्षण कैसे करेंगे कि $P = \theta$? परीक्षण प्रतिदर्शज बंटन को शून्य परिकल्पना के अंतर्गत विशेष रूप से दर्शाइए । *12*

11. बाज़ार के निम्नलिखित साधारण मॉडल पर विचार कीजिए जहाँ Q_s, आपूर्तित परिमात्रा को और Q_d, माँग की गई परिमात्रा को दर्शाता है और जहाँ P, मूल्य है ।

$$Q_d = \alpha_1 + \beta_1 P + \gamma_1 z_1 + \gamma_2 z_2 + u_1$$

$$Q_s = \alpha_2 + \beta_2 P + u_2$$

$$Q_d = Q_s \ (\equiv Q)$$

(क) P के लिए परिसीमित स्वरूप समीकरण को लिखिए ।

(ख) क्या ऊपर, व्युत्पन्न परिसीमित स्वरूप समीकरण के प्राचलों को सुसंगत रूप से ओ.एल.एस. द्वारा आकलित किया जा सकता है ? वर्णन कीजिए । *12*