

No. of Printed Pages : 11

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

05421 MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA

&

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Instructions :

1. Students registered for both MTE-04 & MTE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.
2. Students who have registered for MTE-04 or MTE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

एवं

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

निर्देश :

1. जो छात्र एम.टी.ई.-04 और एम.टी.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्नपत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।
2. जो छात्र एम.टी.ई.-04 या एम.टी.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्नपत्र के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME**Term-End Examination****June, 2014****MATHEMATICS****MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA***Time : $1\frac{1}{2}$ hours**Maximum Marks : 25**(Weightage : 70%)*

*Note : Question no. 5 is **compulsory**. Do any 3 questions from Questions no. 1 to 4. Calculators are **not** allowed.*

1. (a) Find a, b so that the system
- $$\begin{aligned}x + y + z &= 6 \\x + 2y + 3z &= 10 \\x + 2y + az &= b\end{aligned}$$
- has a unique solution. 3
- (b) Plot in the Argand diagram $1 + 3i$, $3 + i$. 2
2. Solve the equation
- $$3x^4 - 25x^3 + 50x^2 - 50x + 12 = 0$$
- given that the product of two of its roots is 2. 5

3. (a) Check if the following system of equations can be solved by Cramer's rule. If so, apply it for solving the system. Otherwise, solve it by the method of Gaussian elimination. 3

$$x + y + z = 4$$

$$x - y + 2z = 3$$

$$2x + 3y - z = 6$$

- (b) Show that for any $n \in \mathbf{N}$, $2^n > n$. 2

4. (a) Prove by the principle of mathematical induction that $3^{2n} + 7$ is divisible by 8 for all $n \in \mathbf{N}$. 3

- (b) A shop sells two kinds of packs, Pack A containing 2 pencils and 3 pens and Pack B containing 4 pencils and 2 pens. Formulate as a set of linear equations the problem of finding the number of packs of each type you have to buy to get 14 pencils and 9 pens. 2

5. Which of the following statements are true and which are false? Justify your answer with a short proof or a counter example. 10

(i) If A, B, C are three sets such that $A \not\subseteq B$, $B \not\subseteq C$, then $A \not\subseteq C$.

(ii) All the roots of the equation $x^3 + px + q = 0$ can be positive.

- (iii) $|x - y| \leq |x| - |y|$ for all $x, y \in \mathbb{R}$.
 - (iv) The geometric representation of an inconsistent set of equations is a point.
 - (v) If all the coefficients in a linear system of equations are positive, the solution set will also consist of positive numbers.
-

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा

जून, 2014

गणित

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न सं. 5 करना अनिवार्य है । प्रश्न सं. 1 से 4 में से कोई 3 प्रश्न कीजिए । कैलकुलेटर का प्रयोग नहीं करना है ।

1. (क) a, b के वे मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए निकाय

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + az = b$$

का एकमात्र हल है ।

3

(ख) $1 + 3i$ और $3 + i$ को आरगाँ समतल में आरेखित कीजिए ।

2

2. समीकरण $3x^4 - 25x^3 + 50x^2 - 50x + 12 = 0$ को हल कीजिए, दिया गया है कि इसके दो मूलों का गुणनफल 2 है ।

5

3. (क) जाँच कीजिए कि निम्न रैखिक समीकरणों का निकाय क्रमर नियम से हल किया जा सकता है या नहीं। यदि ऐसा है, तो निकाय को हल करने के लिए इसका प्रयोग कीजिए। अन्यथा इसे गाउसीय निराकरण विधि से हल कीजिए। 3

$$x + y + z = 4$$

$$x - y + 2z = 3$$

$$2x + 3y - z = 6$$

- (ख) $n \in \mathbf{N}$ के लिए दिखाइए कि $2^n > n$. 2

4. (क) गणितीय आगमन के सिद्धान्त का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि सभी $n \in \mathbf{N}$ के लिए, $3^{2n} + 7, 8$ से विभाजित होता है। 3

- (ख) एक दुकान दो प्रकार की पोटलियाँ बेचती है, पोटली A में 2 पेंसिलें और 3 पेन हैं और पोटली B में 4 पेंसिलें और 2 पेन हैं। यदि आप 14 पेंसिलें और 9 पेन खरीदना चाहते हैं तो आप प्रत्येक प्रकार की कितनी पोटलियाँ खरीदेंगे, इस समस्या को रैखिक समीकरण निकाय के रूप में सूत्रित कीजिए। 2

- 5 निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य तथा कौन-से असत्य हैं? अपने उत्तर की संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण द्वारा पुष्टि कीजिए। 10

(i) यदि A, B, C तीन ऐसे समुच्चय हैं कि $A \not\subseteq B, B \not\subseteq C$, तो $A \not\subseteq C$.

(ii) समीकरण $x^3 + px + q = 0$ के सभी मूल धनात्मक हो सकते हैं।

- (iii) सभी $x, y \in \mathbb{R}$ के लिए $|x - y| \leq |x| - |y|$.
- (iv) रैखिक समीकरणों के असंगत समुच्चय का ज्यामितीय निरूपण एक बिन्दु होता है ।
- (v) यदि एक रैखिक समीकरण निकाय के सभी गुणांक धनात्मक हैं, तो हल समुच्चय में भी धनात्मक संख्याएँ होंगी ।
-

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME(BDP)

Term-End Examination

June, 2014

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks : 25

(Weightage : 70%)

Note : Question no. 5 is **compulsory**. Do any **3** questions from Questions no. 1 to 4. Calculators are **not** allowed.

1. (a) Identify the conic
 $9x^2 - 6xy + y^2 + 60x - 20y + 75 = 0$
 and trace it. 3
- (b) Find the radius and the centre of the circle
 $x^2 + y^2 + z^2 - x + z - 2 = 0$, $x + 2y - z = 4$. 2
2. (a) Show that the sum of focal distances of any point on an ellipse is equal to the length of its major axis. 2
- (b) Find the angle between the lines of intersection of
 $x + y - z = 0$ and $yz + 6zx - 12xy = 0$. 3

3. (a) Find the centre of the conicoid
 $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2yz + 2zx + 2xy - 4x - 8z + 5 = 0$.
 What will be its new equation, if the origin is shifted to this point? 3
- (b) Find the equation of the cylinder whose base is the circle $x^2 + y^2 = 9$, $z = 0$ and the axis is $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$. 2
4. (a) Trace roughly the conicoid
 $3(x-1)^2 + 2(y+1)^2 + 6(z+2)^2 = 6$.
 What is the section of this conicoid by the plane $z = -2$? 3
- (b) Find the equations of tangents to the conic
 $x^2 + 4xy + 3y^2 - 5x - 6y + 3 = 0$
 which are parallel to the line $x + 4y = 0$. 2
5. Which of the following statements are true and which are false? Give reasons for your answers. 10
- (i) The line $y = x$ is a tangent to the conic
 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$
- (ii) The angle between the planes $x + 2y + 2z = 5$ and $2x + 2y + 3z = 0$ is 60° .
- (iii) Every section of a paraboloid by a plane is a central conic.
- (iv) $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid y^2 + z^2 = 1\}$ represents a circle.
- (v) The projection of the line segment joining $(1, 5, 0)$ and $(-2, 4, 1)$ on the line with direction ratios $3, -1, 8$ is 0 .

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2014

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न सं. 5 करना अनिवार्य है । प्रश्न सं. 1 से 4 में से कोई
9 प्रश्न कीजिए । कैलकुलेटर का प्रयोग नहीं किया है ।

1. (क) शांकव $9x^2 - 6xy + y^2 + 60x - 20y + 75 = 0$
को पहचानिए और इसे आरेखित कीजिए । 3
- (ख) वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 - x + z - 2 = 0$, $x + 2y - z = 4$
की त्रिज्या और केन्द्र ज्ञात कीजिए । 2
2. (क) दिखाइए कि किसी दीर्घवृत्त पर किसी बिन्दु की
नाभीय दूरियों का योगफल उसकी दीर्घ अक्ष की
लम्बाई के बराबर होता है । 2
- (ख) $x + y - z = 0$ और $yz + 6zx - 12xy = 0$ की
प्रतिच्छेदी रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए । 3

3. (क) शांकवज

$$3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2yz + 2zx + 2xy - 4x - 8z + 5 = 0$$

का केन्द्र ज्ञात कीजिए। यदि मूल-बिन्दु को इस बिन्दु पर स्थानान्तरित कर दिया जाए, तो इसका नया समीकरण क्या होगा ?

3

(ख) उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका आधार

$$\text{वृत्त } x^2 + y^2 = 9, z = 0 \text{ और अक्ष } \frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} \text{ है।}$$

2

4. (क) शांकवज $3(x-1)^2 + 2(y+1)^2 + 6(z+2)^2 = 6$ को स्थूल आरेखित कीजिए। समतल $z = -2$ द्वारा इस शांकवज का परिच्छेद क्या होगा ?

3

(ख) शांकव $x^2 + 4xy + 3y^2 - 5x - 6y + 3 = 0$ की उन स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $x + 4y = 0$ के समान्तर हैं।

2

5 निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य व कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तर के कारण भी बताइए।

10

(i) रेखा $y = x$ शांकव $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ की स्पर्श रेखा है।

(ii) समतलों $x + 2y + 2z = 5$ और $2x + 2y + 3 = 0$ के बीच का कोण 60° है।

(iii) परवलयज का समतल द्वारा प्रत्येक परिच्छेद केन्द्रीय शांकव होता है।

(iv) $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid y^2 + z^2 = 1\}$ एक वृत्त को निरूपित करता है।

(v) दिक् अनुपातों 3, -1, 8 वाली रेखा पर (1, 5, 0) और (-2, 4, 1) को मिलाने वाले रेखाखण्ड का प्रक्षेप 0 है।