

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

01496

June, 2014

(APPLICATION ORIENTED COURSE)

AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

(Weightage : 70%)

Note : Question no. 1 is **compulsory**. Answer any **four** questions out of questions no. 2 to 7. Calculators are **not** allowed.

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter example in support of your answer. 10
- (a) The number of basic feasible variables in a transportation problem of order $m \times n$ is $m + n$.
 - (b) In an inventory model, the optimum order quantity decreases with the holding cost.
 - (c) Expected length of a non-empty M/M/1 queue is $\frac{\lambda}{\mu - \lambda}$, where λ is arrival rate and μ is service rate.
 - (d) The dual of the dual is the primal.
 - (e) A non-critical activity cannot have zero total slack.

2. (a) Solve the following linear programming problem by graphical method :

$$\text{Maximize } z = 5x_1 + 7x_2$$

subject to

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 24$$

$$10x_1 + 7x_2 \leq 35$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

6

- (b) A particular item has demand of 3000 units per year. The cost of one procurement is ₹ 100 and the holding cost per unit is ₹ 2.40 per year. The replacement is instantaneous and no shortages are allowed. Determine the following :

- (i) The economic order quantity
- (ii) The number of orders per year
- (iii) The time between orders
- (iv) The total cost per year if the cost of one unit is ₹ 1

4

3. (a) Find the dual of the following linear programming problem :

$$\text{Maximize } z = 3x_1 - 2x_2$$

subject to

$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$-x_2 \leq -1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Your dual must have an unrestricted variable.

4

- (b) The time taken (in hours) by five different machines for completing five different jobs is given below :

		Machines				
		A	B	C	D	E
Jobs	I	10	5	13	15	16
	II	3	9	18	13	6
	III	10	7	2	2	2
	IV	7	11	9	7	12
	V	7	9	10	4	12

Find the optimal assignment.

6

4. (a) The maintenance crew of a company is divided into two parts C_1 and C_2 which cares for the maintenance of the seven machines M_1, M_2, \dots, M_7 . Crew C_1 is responsible for replacement for the spare parts which are worn out, while crew C_2 oils and resets the machines back for operation. The time (in hours) required by crews C_1 and C_2 on different machines is given below :

Machines	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
Crew C_1	24	14	22	20	30	28	16
Crew C_2	11	20	8	18	10	6	4

Find the sequence of the machines so that the total maintenance time is minimized.

Also determine this minimum time.

5

(b) A supermarket has a single cashier. During the peak hours, customers arrive at a rate of 20 customers per hour. The average number of customers that can be processed by the cashier is 24 per hour. Arrival rate and service rate are distributed exponentially. Find the following :

- (i) The probability that the cashier is idle.
- (ii) The average number of customers in the system.
- (iii) The expected waiting time for a customer in the queue.
- (iv) The expected time that a customer spends in the system before being served.

5

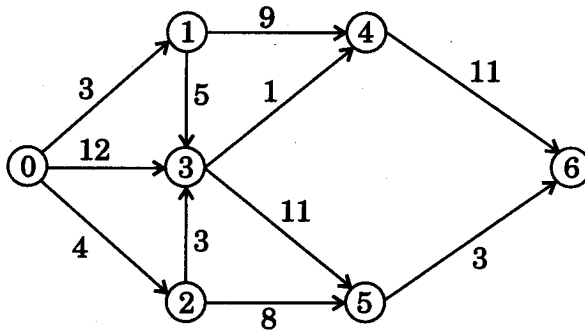
5. (a) Find an initial basic feasible solution of the following transportation problem using Vogel's approximation method :

		Destinations			Supply
		I	II	III	
Sources	A	2	7	4	5
	B	3	3	1	8
	C	5	4	7	7
	D	1	6	2	14
Demand		7	9	18	34

Also, find the optimum solution of the problem.

5

- (b) Find the shortest path from city 0 to city 6 in the following network map :



5

6. (a) A small assembly plant assembles PCs according to the following 7 interlinked stages :

Stage	(1→2)	(1→3)	(1→4)	(2→4)	(2→5)	(3→6)	(4→6)	(5→7)	(6→7)
Duration (in hours)	4	12	10	8	6	8	10	10	0

Draw the network diagram and hence find the critical path and the optimal duration for completing the project.

6

- (b) XYZ company buys items in lots of 500 boxes which is a 3 month supply. The cost per box is ₹ 125 and the ordering cost is ₹ 150. The inventory carrying cost is estimated at 20% of unit value. What is the total cost of the existing inventory policy ? How much money could be saved by employing the economic order quantity ?

4

7. (a) A company manufactures 30 items per day. The sale of these items depends upon demand, which has the following distribution :

Sales (units) :	27	28	29	30	31	32
Probability :	0.10	0.15	0.20	0.35	0.15	0.05

The production cost and sale price of each unit are ₹ 40 and ₹ 50, respectively. Any unsold product is to be disposed off at a loss of ₹ 15 per unit. There is a penalty of ₹ 5 per unit if the demand is not met. Use the following random numbers to estimate the profit/loss of the company for the next 3 days :

10, 99, 65

5

- (b) Solve the following integer linear programming problem by Branch and Bound method :

$$\text{Minimize } z = 4x_1 + 9x_2$$

subject to

$$x_1 + x_2 \geq 7$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 17$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

5

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2014

(व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)

ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का : 70%)

नोट: प्रश्न संख्या 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न संख्या 2 से 7 में से कोई चार प्रश्न कीजिए। कैलकुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं? अपने उत्तर को एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण द्वारा स्पष्ट कीजिए। 10
 - (क) कोटि $m \times n$ वाली परिवहन समस्या के आधारी सुसंगत चरों की संख्या $m + n$ होती है।
 - (ख) एक मालसूची निदर्श में, इष्टतम ऑर्डर मात्रा धारण लागत के कम होने से कम होती है।
 - (ग) एक अरिक्त $M/M/1$ पंक्ति की प्रत्याशित लंबाई $\frac{\lambda}{\mu - \lambda}$ है, जहाँ कि λ आगमन दर और μ सेवा दर है।
 - (घ) द्वैती की द्वैती आद्य होती है।
 - (ङ) एक अक्रांतिक गतिविधि का कुल शैथिल्य शून्य नहीं हो सकता।

2. (क) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफीय विधि से हल कीजिए :

$$z = 5x_1 + 7x_2 \text{ का अधिकतमीकरण कीजिए}$$

जबकि

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 24$$

$$10x_1 + 7x_2 \leq 35$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

6

- (ख) एक खास वस्तु की माँग 3000 इकाई प्रति वर्ष है। एक प्राप्ति की लागत ₹ 100 और धारण लागत ₹ 2.40 प्रति इकाई प्रति वर्ष है। प्रतिस्थापन तुरंत होता है और किसी अभाव की अनुमति नहीं है। निम्नलिखित को निर्धारित कीजिए :

(i) आर्थिक ऑर्डर मात्रा

(ii) ऑर्डरों की संख्या प्रति वर्ष

(iii) ऑर्डरों के बीच का समय

(iv) कुल कीमत प्रति वर्ष यदि एक इकाई की कीमत ₹ 1 है

4

3. (क) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या की द्वैती ज्ञात कीजिए :

$$z = 3x_1 - 2x_2 \text{ का अधिकतमीकरण कीजिए}$$

जबकि

$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$-x_2 \leq -1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

आपकी द्वैती में एक अप्रतिबंधित चर होना चाहिए।

4

(ख) पाँच विभिन्न मशीनों द्वारा पाँच भिन्न-भिन्न कार्यों को पूरा करने में लगा समय (घंटों में) नीचे दिया गया है :

मशीनें

	A	B	C	D	E
I	10	5	13	15	16
II	3	9	18	13	6
कार्य III	10	7	2	2	2
IV	7	11	9	7	12
V	7	9	10	4	12

इष्टतम नियतन ज्ञात कीजिए ।

6

4. (क) एक कम्पनी के रखरखाव दल को दो भागों C_1 और C_2 में बाँटा जाता है जो कि कम्पनी में सात मशीनों M_1, M_2, \dots, M_7 के रखरखाव की देखभाल करते हैं। दल C_1 उन पुर्जों के प्रतिस्थापन के लिए जिम्मेदार है जो कि घिस-पिट जाते हैं, जबकि दल C_2 तेल लगाकर मशीनों को फिर से चालू करता है। दलों C_1 और C_2 को विभिन्न मशीनों पर लगने वाला समय (घंटों में) नीचे दिया गया है :

मशीनें	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
दल C_1	24	14	22	20	30	28	16
दल C_2	11	20	8	18	10	6	4

मशीनों का वह अनुक्रम ज्ञात कीजिए जिससे कि कुल रखरखाव समय न्यूनतम हो। न्यूनतम समय भी ज्ञात कीजिए।

5

(ख) एक सुपरमार्केट में केवल एक खजांची है। व्यस्त घंटों में 20 ग्राहक प्रति घंटे की दर से आते हैं। खजांची प्रति घंटा औसतन 24 ग्राहकों की कार्यवाही पूरी करता है। आगमन दर और सेवा दर चरघातांकी रूप से बंटित हैं। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :

- (i) खजांची के खाली होने की प्रायिकता।
- (ii) प्रणाली में ग्राहकों की औसतन संख्या।
- (iii) पंक्ति में ग्राहक का प्रत्याशित प्रतीक्षा समय।
- (iv) प्रत्याशित समय जो कि एक ग्राहक सेवा प्राप्त करने से पहले प्रणाली में बिताता है।

5

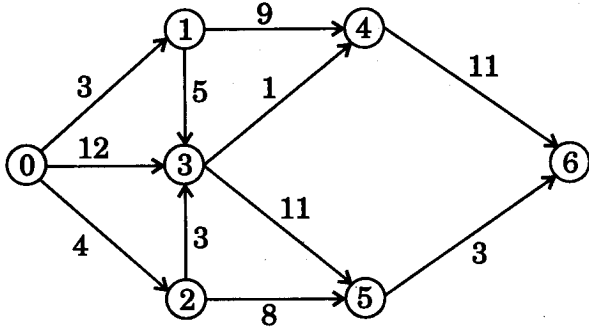
5. (क) वोगल सन्निकटन विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारंभिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए :

		गंतव्य			पूर्ति
		I	II	III	
स्रोत	A	2	7	4	5
	B	3	3	1	8
	C	5	4	7	7
	D	1	6	2	14
माँग		7	9	18	34

समस्या का इष्टतम हल भी प्राप्त कीजिए।

5

(ख) निम्नलिखित नेटवर्क मानचित्र में नगर 0 से नगर 6 तक का लघुतम मार्ग ज्ञात कीजिए :



5

6. (क) एक PC बनाने वाली छोटी कम्पनी (असेम्बली प्लांट) निम्नलिखित आपस में जुड़े हुए 7 चरणों के अनुसार PC को बनाती है :

चरण	(1→2)	(1→3)	(1→4)	(2→4)	(2→5)	(3→6)	(4→6)	(5→7)	(6→7)
अवधि (घंटों में)	4	12	10	8	6	8	10	10	0

नेटवर्क आरेख बनाइए और इस प्रकार क्रांतिक पथ और परियोजना को पूरा करने में लगी इष्टतम अवधि ज्ञात कीजिए ।

6

(ख) XYZ कम्पनी 500 बक्सों के लॉट में उत्पाद खरीदती है जो कि 3 महीने की पूर्ति है । प्रति बक्सा लागत ₹ 125 और ऑर्डर लागत ₹ 150 है । मालसूची रखरखाव लागत इकाई मूल्य की 20% अनुमानित की जाती है । मौजूदा मालसूची नीति की कुल लागत क्या है ? आर्थिक ऑर्डर मात्रा का इस्तेमाल करके कितना धन बचाया जा सकता है ?

4

7. (क) एक कम्पनी 30 वस्तु प्रतिदिन बनाती है। इन वस्तुओं की बिक्री माँग पर आधारित है, जिसका बंटन निम्नलिखित है :

बिक्री (इकाई) :	27	28	29	30	31	32
प्रायिकता :	0.10	0.15	0.20	0.35	0.15	0.05

प्रत्येक इकाई की उत्पादन लागत और बिक्री कीमत क्रमशः ₹ 40 और ₹ 50 है। बिना बिक्री हुई वस्तु को ₹ 15 प्रति इकाई के नुकसान पर निकाला जाता है। माँग के पूरा नहीं होने पर ₹ 5 प्रति इकाई का जुर्माना है। निम्नलिखित यादृच्छिक संख्याओं का प्रयोग करके कम्पनी के लिए अगले 3 दिनों का लाभ/हानि आकलित कीजिए :

10, 99, 65

5

- (ख) निम्नलिखित पूर्णांक रैखिक प्रोग्रामन समस्या को शाखा और परिबंध विधि द्वारा हल कीजिए :

$$z = 4x_1 + 9x_2 \text{ का न्यूनतमीकरण कीजिए}$$

जबकि

$$x_1 + x_2 \geq 7$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 17$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

5