BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2013

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *Question no.* ***1*** *is* ***compulsory****. Do any* ***four*** *questions out of question no. 2 to 7. Use of Calculator is* ***not*** *allowed.*

---

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give reasons for your answer. **5x2=10**

(a) In a solution to a two - dimensional LPP the objective function can assume the same value at two distincl extreme points.

00378

(b) $x_1 = 1,\ x_2 = 1,\ x_3 = 1,\ x_4 = 2$, is a basic solution for the linear system.

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 + x_4 = 5.$

(c) An LPP may have a feasible solution even if an artificial variable appears at a positive level in the optimal iteration.

(d) There may be balanced transportation models without any feasible solution.

(e) The addition of a constant to all the elements of a pay off matrix in a two - person zero - sum game can affect only the value of the game, not the optimal mix of the strategies.

2. (a) A diet for a sick person must contain at least 4000 units of vitamins, 50 units of minerals and 1400 Calories. Two foods A and B are available at a cost of ₹ 4 and ₹ 3 per unit respectively. If one unit of A contains 200 units of vitamins, 1 unit of mineral and 40 calories, and one unit of food B contains 100 units of vitamins, 2 units of minerals and 40 calories, find by graphical method, what combination of foods be used to have least cost ? **6**

(b) If $A_1=\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}, A_2=\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}, A_3=\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}$, and $B=\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}$ **4**

then determine whether all possible basic solutions exist for the following set of equations $[A_1, A_2, A_3]\ X = B$.

3. (a) For the following game, write the equivalent LPPs for solving the game. **4**

$$\begin{bmatrix}2 & -3\\-1 & 1\end{bmatrix}$$

(b) A Company has four plants P_1, P_2, P_3, P_4 from which it supplies to three markets M_1, M_2, and M_3, Find the initial basic feasible solution using matrix minima method of transportation. schedule Data containing transportation cost, availabilities at every plant and requirements in the market is given below. 6

		P_1	P_2	P_3	P_4	Requirement (units)
Market	M_1	1	2	1	4	30
	M_2	3	3	2	1	50
	M_3	4	2	5	9	20
Availability (units)		20	40	30	10	

Also, find the optional solution of the problem.

4. (a) Write the dual of the problem, 4

Min $z = 2x_1 + 5x_3$

s.t $x_1 + x_2 \geq 2$

$2x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 6$

$x_1 - x_2 + 3x_3 = 4$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

Your answer should contain atleast one artificial variable.

(b) Use principal of dominance, to reduce the size of the following game and hence solve the game. **6**

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 8 \\ 7 & 5 & -1 \\ 6 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

5. (a) Solve the following assignment problem. **5**

	I	II	III	IV	V
A	2	9	2	7	1
B	6	8	7	6	1
C	4	6	5	3	1
D	4	2	7	3	1
E	5	3	9	5	1

(b) Solve the following game using the graphical method : **5**

		B's strategy	
		B_1	B_2
A's strategy	A_1	3	−4
	A_2	2	5
	A_3	−2	8

6. (a) Consider problem of assigning four operators to four machines. The assignment costs are given between. **5**

		Operators			
		I	II	III	IV
Machines	A	10	5	13	15
	B	3	9	18	3
	C	10	7	2	2
	D	5	11	9	7

Formulate on LP model to determine an optimum assignment.

(b) Show that the set 5

$$S = \left\{(x, y) \mid 5x^2+2y^2 \leq 10\right\} \text{ is convex.}$$

7. (a) Solve by simplex method the following Linear Programming Problem : 6

Minimize $z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$

Subject to

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7$$
$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12$$
$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

(b) Show that the vectors 4

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

are linearly independent.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बीडीपी)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2013

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

कुल का: 70%

नोट : *प्रश्न सं. 1 करना जरूरी है। प्रश्न सं. 2 से 7 तक में से* ***कोई चार*** *प्रश्न कीजिए। कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति* ***नहीं*** *है।*

---

1. निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य है और कौन से असत्य ? अपने उत्तर के कारण दीजिए। **5x2=10**

   (a) एक द्वि-विमीय LPP के हल में, उद्देश्य फलन का मान दो अलग-अलग चरम बिन्दुओं पर समान हो सकता है।

   (b) रैखिक निकाय $x_1 + x_2 + x_3 = 3$

   $$2x_1 + x_2 + x_4 = 5$$

   के लिए $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $x_4 = 2$, एक आधारी हल है।

   (c) इष्टतम पुनरावृत्ति में कृत्रिम चर धनात्मक स्तर पर होने पर भी LPP का सुसंगत हल हो सकता है।

(d) बिना सुसंगत हल के संतुलित परिवहन निदर्श हो सकते है।

(e) द्विव्यक्ति शून्य योग खेल के भुगतान आव्यूह के प्रत्येक पद में एक अचर को जोड़ने पर केवल खेल का मान ही बदल सकता है युक्तियों का इष्टतम मिश्रण नहीं।

2. (a) एक बीमार व्यक्ति की खुराक में कम से कम 4000 ईकाई विटामिन, 50 ईकाई खनिज लवण और 1400 कैलोरी होनी चाहिएं। दो आहार A और B क्रमशः ₹ 4 और ₹ 3 प्रति ईकाई की कीमत पर उपलब्ध हैं। यदि A की एक ईकाई में 200 ईकाई विटामिन, 1 ईकाई खनिज लवण और 40 कैलोरी और B की एक ईकाई में 100 ईकाई विटामिन, 2 ईकाई खनिज लवण और 40 कैलोरी हैं, तो ग्राफीय विधि का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए कि दोनों आहारों के किस संचय को लेने पर कम खर्च होगा? 6

(b) यदि $A_1=\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}, A_2=\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}, A_3=\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}$ और $B=\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}$ हैं तो निर्धारित कीजिए कि निम्नलिखित समीकरण संकाय के लिए सभी सम्भावित आधारी हल हैं या नहीं। 4

$[A_1, A_2, A_3] X = B.$

3. (a) निम्नलिखित खेल को हल करने के लिए समतुल्य LPPs लिखिए। $\begin{bmatrix}2 & -3\\-1 & 1\end{bmatrix}$

(b) एक कम्पनी के चार संयंत्र P_1, P_2, P_3, P_4 है जिनमें से कम्पनी तीन बाजारों M_1, M_2 और M_3 में उत्पादों को भेजनी है। आव्यूह-न्यूनतम विधि का प्रयोग करके परिवहन का पेारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए। प्रत्येक संयत्र की उपलब्धता, बाजार की आवश्यकता और परिवहन खर्चे के आँकड़े निम्नलिखित हैं। 4 6

		P_1	P_2	P_3	P_4	आवश्यकता (ईकाई)
बाजार	M_1	1	2	1	4	30
	M_2	3	3	2	1	50
	M_3	4	2	5	9	20
उपलब्धता (ईकाई)		20	40	30	10	

समस्या का इष्टतम हल भी ज्ञात कीजिए।

4. (a) निम्नलिखित समस्या का द्वैती लिखिए। 4

$z = 2x_1 + 5x_3$ का न्यूनतमीकरण कीजिए।

जबकि $x_1 + x_2 \geq 2$

$2x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 6$

$x_1 - x_2 + 3x_3 = 4$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

आप के उत्तर में एक अप्रतिबंधित चर होना आवश्यक है।

(b) निम्नलिखित खेल के आकार को प्रमुखता नियम द्वारा समानीत कीजिए। इस प्रकार खेल को हल कीजिए। **6**

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 8 \\ 7 & 5 & -1 \\ 6 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

5. (a) निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिए। **5**

	I	II	III	IV	V
A	2	9	2	7	1
B	6	8	7	6	1
C	4	6	5	3	1
D	4	2	7	3	1
E	5	3	9	5	1

(b) ग्राफीय विधि द्वारा निम्नलिखित खेल को हल कीजिए। **5**

		B की युक्ति	
		B_1	B_2
A की युक्ति	A_1	3	−4
	A_2	2	5
	A_3	−2	8

6. (a) चार संचालकों के चार मशीनों के लिए नियतन करने की समस्या लीजिए। इसके लिए, नियतन खर्चा निम्नलिखित है। 5

संचालक

		I	II	III	IV
मशीनें	A	10	5	13	15
	B	3	9	18	3
	C	10	7	2	2
	D	5	11	9	7

इष्टतम नियतन को पाने के लिए एक LP निदर्श को सूत्रित कीजिए।

(b) दर्शाइए कि समुच्चय 5

$S = \left\{(x, y) \middle| 5x^2 + 2y^2 \leq 10\right\}$ अवमुख है।

7. (a) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को एकधा विधि द्वारा हल कीजिए। 6

$z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$ का न्यूनतमीकरण कीजिए।

जबकि

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7$$
$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12$$
$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$
$$x_1, x_2, x_3, \geq 0.$$

(b) दर्शाइए कि सदिश 4

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

एकघात स्वतन्त्र हैं।