

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME  
(BDP)**

**Term-End Examination**

**December, 2023**

**(ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS)**

**MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS**

*Time : 2 Hours*

*Maximum Marks : 50*

---

**Note :** (i) *Question No. 7 is compulsory.*

(ii) *Attempt any **four** questions from the  
Question Nos. 1 to 6.*

(iii) *Usual notation are used.*

(iv) *Use of calculator is not allowed.*

---

---

1. (a) Evaluate :

2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

- (b) Find  $\frac{dy}{dx}$ , if : 3

$$y = \sin \frac{1+x^2}{1+x^3}$$

- (c) Find the standard deviation for the data given below : 5

0—4	2
5—9	5
10—14	7
15—19	13
20—24	21
25—29	16
30—34	8
35—39	3

2. (a) Let the pdf  $g_x$  is

$$f(x) = \begin{cases} kx^2(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Find the constant  $k$  and  $P\left(\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}\right)$ . 3

- (b) Divide 20 into two parts so that the product of the square of the one and the cube of the other is maximum. 2
- (c) Calculate the correlation coefficient for the following data : 4

X	Y
12	18
10	17
14	23
11	19
12	20
9	15

3. (a) Find the value of : 2

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-x^2}{1+x^2} dx$$

- (b) For what value of  $\lambda$  does the following equation represent a pair of straight lines :

$$6x^2 + 11xy - \lambda y^2 + x + 31y - 15 = 0$$

Find the equation of lines. 4

- (c) For a Poisson ( $\lambda$ ) distribution, find  $\beta_2$ . 4

4. (a) Show that the vectors :

$$3i - 4j - 4k$$

$$2i - j + k$$

$$i - 3j - 5k$$

form a right angle triangle. 4

- (b) Solve the differential equation : 6

$$(2x + 3y - 6)dy = (6x - 2y - 7)dx$$

5. (a) Let the regression lines are

$$3x + 2y = 26 \text{ and } 6x + y = 31$$

find the mean values of  $x$  and  $y$  and the correlation coefficient between  $x$  and  $y$ . 5

- (b) Let the pdf of  $x$  be :

$$f(x) = ke^{-x/\lambda}; x \geq 0, \lambda > 0$$

Find the constant  $k$  and the standard deviation of  $x$ . 5

6. (a) The first term of a G. P. is 2 more than the second term and the sum to infinity is 50. Find the series. 4

- (b) By eliminating the constants  $h$  and  $k$ , find the differential equation of which

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$$

is a solution.

6

7. State whether true or false, with reason :

(i) Mean deviation is minimum about mean.

(ii) If  $s = 25 + 3t^2 - t^3$ , then the acceleration is  $6(1 - t)$ .

(iii)  $b_{yx} \times b_{xy} = r$

(iv) The equations of tangent at  $\theta = \frac{\pi}{3}$  to the curve  $x = a \sin \theta$ ,  $y = a \cos \theta$  is  $y + \sqrt{3}x = 2a$ .

(v) If 4 cards are drawn from a pack of 52, the probability that there is one card of each suit is  $\frac{13^3}{{}^{52}C_4}$ .

**MTE-03**

स्नातक उपाधि कार्यक्रम ( बी. डी. पी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2023

( ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित )

एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : (i) पश्न सं. 7 अनिवार्य है।

(ii) पश्न सं. 1 से 6 तक किन्हीं चार पश्नों के उत्तर दीजिए।

(iii) प्रतीकों के अर्थ सामान्य हैं।

(iv) कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (क)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

(ख) यदि  $y = \sin \frac{1+x^2}{1+x^3}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात

कीजिए।

3

(ग) निम्नलिखित आँकड़ों का मानक विचलन ज्ञात

कीजिए :

5

0—4	2
5—9	5
10—14	7
15—19	13
20—24	21
25—29	16
30—34	8
35—39	3

2. (क) मान लीजिए कि  $x$  का pdf :

3

$$f(x) = \begin{cases} kx^2(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

है। नियतांक  $k$  और  $P\left(\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}\right)$  ज्ञात कीजिए।

- (ख) 20 को दो भागों में विभाजित कीजिए जिससे कि एक भाग के वर्ग और दूसरे भाग के घन का गुणनफल अधिकतम हो। 2
- (ग) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए : 5

X	Y
12	18
10	17
14	23
11	19
12	20
9	15

3. (क)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-x^2}{1+x^2} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 2
- (ख)  $\lambda$  के किस मान के लिए निम्नलिखित समीकरण सरल रेखाओं का युग्म प्रदर्शित करती है : 4
- $$6x^2 + 11xy - \lambda y^2 + x + 31y - 15 = 0$$
- रेखाओं की समीकरण ज्ञात कीजिए।
- (ग) प्वांसा बंटन ( $\lambda$ ) के लिए  $\beta_2$  ज्ञात कीजिए। 4
4. (क) दर्शाइए कि सदिश



$$3i - 4j - 4k$$

$$2i - j + k$$

$$i - 3j - 5k$$

एक समकोण त्रिभुज बनाते हैं। 4

(ख) अवकल समीकरण

$$(2x + 3y - 6)dy = (6x - 2y - 7)dx$$

हल कीजिए। 6

5. (क) मान लीजिए कि :

$$3x + 2y = 26 \text{ और } 6x + y = 31$$

दो समाश्रयण रेखाएँ हैं।  $x$  और  $y$  के माध्य मान और  $x$  और  $y$  के बीच सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए। 5

(ख) मान लीजिए कि  $x$  का pdf

$$f(x) = ke^{-x/\lambda}; x \geq 0, \lambda > 0$$

है। नियतांक  $k$  और  $x$  का मानक विचलन ज्ञात कीजिए। 5

6. (क) एक GP का पहला पद दूसरे पद से 2 अधिक है तथा अनंत योगफल 50 है। श्रेणी ज्ञात कीजिए। 4

(ख) नियतांक  $h$  और  $k$  को विलुप्त करके वह अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका एक हल  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = a^2$  है। 6

7. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से असत्य हैं ? स्पष्ट कीजिए। 5×2=10

(क) माध्य विचलन माध्य के परितः न्यूनतम होता है।

(ख) यदि  $s = 25 + 3t^2 - t^3$  है, तो त्वरण  $6(1-t)$  होगा।

(ग)  $b_{yx} \times b_{xy} = r$

(घ) वक्र  $x = a \sin \theta$ ,  $y = a \cos \theta$  के  $\theta = \frac{\pi}{3}$  पर स्पर्श रेखा की समीकरण  $y + \sqrt{3}z = 2a$  है।

(ङ) यदि 52 ताशों की एक गड्डी से 4 ताश निकाले जाते हैं तो संभावना  $\frac{13^3}{52C_4}$  है कि प्रत्येक सूट में से एक है।

MTE-03