

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

December, 2023

PHYSICS

**PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS
IN PHYSICS—I**

**PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS
IN PHYSICS—II**

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 50

Instructions :

- (i) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- (ii) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*
-
-

BPHE-104/PHE-04/PHE-05

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2023

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

निर्देश :

- (i) जो छात्र पी. एच. ई.-04 और पी. एच. ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।
- (ii) जो छात्र पी. एच. ई.-04 या पी. एच. ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।
-
-

BPHE-104/PHE-04

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

December, 2023

PHYSICS

**BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL
METHODS IN PHYSICS—I**

Time : 1 $\frac{1}{2}$ Hours

Maximum Marks : 25

Note : (i) *Attempt all questions.*

(ii) *The marks for each question are indicated against it.*

(iii) *Symbols have their usual meanings.*

(iv) *You may use a calculator.*

1. Answer any **three** parts :

(a) Consider three vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$,
 $\vec{b} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$.

(i) Show that vectors \vec{a} and \vec{b} are perpendicular. 2

(ii) Calculate the volume of a parallelepiped whose sides are given

by \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} . 2

(b) Determine the directional derivative of the scalar field $\phi(x, y, z) = 2x^2 + y^2z$ at the point $(0, 1, 1)$ in the direction $(\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$. 4

(c) Define irrotational and solenoidal vector fields. If the vector fields \vec{u} and \vec{v} are irrotational, show that the vector field $\vec{u} \times \vec{v}$ is solenoidal. 1+1+2

(d) Express the vector field :

$$\vec{A} = \frac{y\hat{i} + x\hat{k}}{x^2 + y^2}$$

in cylindrical coordinates. 4

(e) Determine the unit tangent vector at a point $t = 1$ on the curve C defined by :

$$\vec{r} = 2xy\hat{i} - z\hat{j} + x^2\hat{k},$$

where $x = t^2$, $y = 2$ and $z = t^3$. 4

2. Calculate the work done by the force $\vec{F} = -y\hat{i} + x\hat{j} + z\hat{k}$ in moving a particle along the curve $x = 2 \cos t; y = 2 \sin t; z = t$, from $t = 0$ to $t = 2\pi$. 5

Or

State Stokes' theorem. Using Stokes' theorem, evaluate $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$, where $\vec{A} = 2y\hat{i} + 3xz\hat{j} + \hat{k}$ and C is a circle of radius 2 units in the xy -plane. 1+4

3. The probability that a person recovers from a serious disease is 0.3. Calculate the probability that at least 2 of 5 patients admitted in a hospital survive. 3

Or

Two percent of the pages of a book printed at a particular printer have printing errors. Using the Poisson distribution law, determine the probability that 5 out of 100 pages of a book printed there will have an error.

4. The Maxwell-Boltzmann distribution function for the speeds of gaseous molecules is as given below : 5

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T} \right),$$

$$\text{for } 0 \leq v \leq \infty$$

Calculate the average velocity \bar{v} .

Or

The following readings were recorded in an experiment to determine the Young's modulus of a bar :

Load, x (g)	Shift, y (cm)
0	0
10	0.45
20	1.10
30	1.8
40	2.5

Obtain the regression equation for this data.

BPHE-104/PHE-04

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2023

भौतिक विज्ञान

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय
विधियाँ-I

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : (i) सभी प्रश्न कीजिए।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

1. कोई **तीन** भाग कीजिए :

(क) तीन सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$,

$\vec{b} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ और $\vec{c} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ लें।

(i) सिद्ध कीजिए सदिश \vec{a} और \vec{b} लंबवत् हैं।

(ii) उस समांतरषट्फलक का आयतन ज्ञात

कीजिए जिसकी भुजाएँ \vec{a} , \vec{b} और \vec{c} हों।

2

(ख) अदिश क्षेत्र $\phi(x, y, z) = 2x^2 + y^2z$ के लिए बिन्दु $(0, 1, 1)$ पर दिशा $(\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$ में दिक्-अवकलज ज्ञात कीजिए।

4

(ग) अघूर्णी और परिनालिकीय सदिश क्षेत्र की परिभाषा दीजिए। यदि सदिश क्षेत्र \vec{u} और \vec{v} अघूर्णी हों, तो सिद्ध कीजिए कि सदिश क्षेत्र $(\vec{u} \times \vec{v})$ परिनालिकीय है।

1+1+2

(घ) निम्नलिखित सदिश क्षेत्र :

$$\vec{A} = \frac{y\hat{i} + x\hat{k}}{x^2 + y^2}$$

को बेलनी निर्देशांकों के पदों में व्यक्त कीजिए।

4

(ङ) $\vec{r} = 2xy\hat{i} - z\hat{j} + x^2\hat{k}$ द्वारा परिभाषित वक्र C के बिन्दु $t = 1$ पर एकक स्पर्शी सदिश ज्ञात कीजिए यदि दिया गया हो कि $x = t^2, y = 2$ और $z = t^3$ ।

4

2. बल $\vec{F} = -y\hat{i} + x\hat{j} + z\hat{k}$ द्वारा एक कण को वक्र $x = 2 \cos t; y = 2 \sin t; z = t$ के अनुदिश $t = 0$ से $t = 2\pi$ तक ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए। 5

अथवा

स्टोक्स के प्रमेय का कथन दीजिए। स्टोक्स के प्रमेय का प्रयोग करते हुए $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$ परिकलित कीजिए, जहाँ

$\vec{A} = 2y\hat{i} + 3xz\hat{j} + \hat{k}$ है और C, xy-समतल में, त्रिज्या 2 इकाई वाला एक वृत्त है। 1+4

3. किसी गंभीर बीमारी से एक व्यक्ति के स्वस्थ होने की प्रायिकता 0.3 है। किसी अस्पताल में भर्ती हुए 5 मरीजों में से कम से कम 2 के बचने की प्रायिकता परिकलित कीजिए। 3

अथवा

किसी प्रिन्टर द्वारा छापी गई पुस्तक के दो प्रतिशत पन्नां में त्रुटियाँ पायी जाती हैं। प्वांयसां बंटन नियम का प्रयोग करते हुए, किसी छापी गयी पुस्तक के 100 में से 5 पन्नों पर त्रुटियाँ होने की प्रायिकता परिकलित कीजिए।

4. गैसीय अणुओं की चालां द्वारा अनुपालित मैक्सवेल-बोल्ट्जमान बंटन फलन निम्नलिखित है : 5

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T} \right),$$

$0 \leq v \leq \infty$ के लिए

माध्य चाल \bar{v} परिकलित कीजिए।

अथवा

किसी छड़ का यंग गुणांक ज्ञात करने के लिये किये गये प्रयोग में निम्नलिखित मापन किये जाते हैं :

भार, x (g)	विचलन, y (cm)
0	0
10	0.45
20	1.10
30	1.8
40	2.5

इन आँकड़ों के लिए समाश्रयण समीकरण प्राप्त कीजिए।

PHE-05

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

December, 2023

PHYSICS

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN

PHYSICS—II

Time : 1 $\frac{1}{2}$ Hours

Maximum Marks : 25

Note : (i) *Answer all questions.*

(ii) *The marks for each question are indicated against it.*

(iii) *You may use a calculator.*

(iv) *Symbols have their usual meanings.*

1. Answer any **three** parts : 4 each

(a) Show that the equation :

$$(e^x + y - 2) dx + (e^y + x - 5) dy = 0$$

is exact and solve it.

P. T. O.

(b) Solve the equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y(x) = 0$$

subject to the conditions that $y(0) = 2$ and

$$\frac{dy(0)}{dx} = 4.$$

(c) Write the 1-D wave equation and separate it into two ordinary differential equations.

(d) Obtain the particular integral for the following ODE :

$$y'' + y = 2x^2.$$

(e) Determine the first and second order partial derivatives of the function :

$$f(x, y) = \log(ax + by).$$

2. Using the power series method, obtain the recurrence relation for the following ODE : 6

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 6y = 0.$$

Or

The motion of two coupled pendulums of length L is described by the equations :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = -\frac{k}{m} (x - y)$$

and

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2 y = \frac{k}{m} (x - y)$$

where $\omega_0 = \sqrt{g/l}$.

Decouple these equations and obtain expressions for normal mode frequencies. Depict the in-phase and out of phase oscillations.

3. Obtain the general solution of the 1-D diffusion equation : 7

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < a, \quad t > 0$$

under the following boundary conditions :

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(a, t) = 0, \quad t > 0$$

Or

Obtain the Fourier series of the function :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ \sin x, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

and $f(x + 2\pi) = f(x)$.

PHE-05

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2023

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : (i) सभी प्रश्न हल कीजिए।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

(iv) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. किन्हीं **तीन** भागों के उत्तर दीजिए : प्रत्येक 4

(क) सिद्ध कीजिए कि समीकरण :

$$(e^x + y - 2) dx + (e^y + x - 5) dy = 0$$

यथातथ है तथा इसे हल भी कीजिए।

(ख) समीकरण :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y(x) = 0$$

को प्रतिबन्धों $y(0) = 2$ तथा $\frac{dy(0)}{dx} = 4$ के अन्तर्गत हल कीजिए।

(ग) एकविम तरंग समीकरण लिखिये और उसे दो साधारण अवकल समीकरणों में समानीत कीजिए।

(घ) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के लिए विशेष समाकल प्राप्त कीजिए :

$$y'' + y = 2x^2$$

(ङ) फलन :

$$f(x, y) = \log(ax + by)$$

के सभी प्रथम एवं द्वितीय कोटि आंशिक अवकलज ज्ञात कीजिए।

2. घात श्रेणी विधि का उपयोग करके, निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के लिए पुनरावृत्ति सम्बन्ध प्राप्त कीजिए :

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 6y = 0$$

अथवा

L लम्बाई के दो युग्मित दोलकों के गति समीकरण निम्नलिखित हैं :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = -\frac{k}{m}(x - y)$$

तथा

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2 y = \frac{k}{m}(x - y)$$

जहाँ, $\omega_0 = \sqrt{g/l}$

इन समीकरणों को वियुग्मित कीजिए तथा सामान्य विधा आवृत्तियों के व्यंजक प्राप्त कीजिए। इस तंत्र के लिए समकला विधा तथा कला बाह्य विधा आरेखित कीजिए।

3. एक-विम विसरण समीकरण : 7

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < a, \quad t > 0$$

का निम्नलिखित परिसीमा प्रतिबंधों के अधीन व्यापक हल प्राप्त कीजिए :

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(a, t) = 0, \quad t > 0$$

अथवा

फलन :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ \sin x, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

तथा $f(x + 2\pi) = f(x)$

का फूरिए श्रेणी प्रसार प्राप्त कीजिए।

[17] BPHE-104/PHE-04/PHE-05

BPHE-104/PHE-04/PHE-5

P. T. O.