

**BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)**

**Term-End Examination**

**December, 2022**

**PHYSICS**

**PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN**

**PHYSICS—I**

**PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN**

**PHYSICS—II**

*Time : 3 Hours*

*Maximum Marks : 50*

---

***Instructions :***

- (i) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- (ii) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*
- 
-

## BPHE-104/PHE-04/PHE-05

विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2022

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

---

**निर्देश :**

- (i) जो छात्र पी. एच. ई.-04 और पी. एच. ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।
- (ii) जो छात्र पी. एच. ई.-04 या पी. एच. ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।
- 
-

**BPHE-104/PHE-04**

**BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)**

**Term-End Examination**

**December, 2022**

**PHYSICS**

**BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS**

**IN PHYSICS—I**

*Time : 1  $\frac{1}{2}$  Hours*

*Maximum Marks : 25*

---

**Note :** (i) *Answer all questions. Internal choices are given.*

(ii) *Marks for each question are given against it.*

(iii) *Symbols have their usual meanings.*

(iv) *You can use non-programmable calculator.*

---

---

1. Answer any **three** parts :

- (a) Calculate the volume of a parallelepiped having sides : 4

$$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{b} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$

and  $\vec{c} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

- (b) Show that for a scalar field  $\phi(x, y, z)$  : 4

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = 0$$

- (c) Define irrotational and solenoidal vector fields. Determine the constant 'a' so that the vector field  $\vec{A} = (2x + 3y)\hat{i} + (y - 3z)\hat{j} + (x + az)\hat{k}$  is solenoidal. 2+2

- (d) Consider vectors  $\vec{A} = 5\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  and  $\vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - 7\hat{k}$ . Determine a vector of magnitude 6 units in the direction of  $\vec{A}$ . Also determine the projection of  $\vec{B}$  along  $\vec{A}$ . 2+2

- (e) Consider a force  $\vec{F} = 20(6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  N acting at a point P which has the position vector  $(-3\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k})$  m. Calculate the torque (in Nm) due to the force about the origin. 4

2. State Stokes' theorem. Use it to show that the curl of a conservative force field is zero everywhere. 1+4

*Or*

Using Green's theorem, evaluate

$$\oint_C (-y dx + x dy)$$

if C is the circumference of

the circle  $x^2 + y^2 = 4$ .

3. Answer any **two** parts : 4 each

- (a) The probability distribution function that a molecule has speeds between  $v$  and  $v + dv$  is given by Maxwell-Boltzmann distribution of speeds :

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_B T}$$

$$0 < v < \infty$$

**P. T. O.**

where  $T$  is temperature of gas and  $m$  is mass of gas molecules. Show that :

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{m\pi}}$$

- (b) The marks obtained by 6 students in two class tests denoted by  $x$  and  $y$  are as follows :

$x$	$y$
6	8
5	6
8	7
10	10
4	6
9	8

Obtain the least square regression line of  $y$  on  $x$ .

- (c) The probability distribution of binomial random variable  $X$  representing the number of successes in  $n$  independent trials is given by :

$$b(x; n, p) = {}^n C_x p^x q^{n-x}$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, n.$$

Show that the mean of the binomial distribution is  $np$ .

## BPHE-104/PHE-04

विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2022

भौतिक विज्ञान

बी. पी. एच. ई.-104/पी. एच. ई.-04 : भौतिकी में  
गणितीय विधियाँ-I

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

---

नोट : (i) सभी प्रश्न कीजिए। आन्तरिक विकल्प दिये गये  
हैं।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटर का प्रयोग कर  
सकते हैं।

---

---

1. किन्हीं *तीन* भागों के उत्तर दीजिए :

(क) एक समांतर षट्फलक का आयतन परिकलित

कीजिए जिसकी भुजाएँ निम्नवत् हैं : 4

$$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{b} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$

तथा  $\vec{c} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ .

(ख) सिद्ध कीजिए कि अदिश क्षेत्र  $\phi(x, y, z)$  के

लिए  $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = 0$  । 4

(ग) अघूर्णी और परिनालिकीय सदिश क्षेत्रों की

परिभाषा दीजिए। अचर 'a' का वह मान ज्ञात

कीजिए जिससे सदिश क्षेत्र

$$\vec{A} = (2x + 3y)\hat{i} + (y - 3z)\hat{j} + (x + az)\hat{k}$$

परिनालिकीय हो।

2+2



(घ) दो सदिश  $\vec{A} = 5\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  और  $\vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - 7\hat{k}$  दिए हैं।  $\vec{A}$  की दिशा में एक सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 6 है। साथ ही  $\vec{A}$  के अनुदिश  $\vec{B}$  का प्रक्षेप भी ज्ञात कीजिए।

2+2

(ङ) मान लीजिए कि बल  $\vec{F} = 20(6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  N स्थिति सदिश  $(-3\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k})$  m वाले बिन्दु पर आरोपित होता है। मूल बिन्दु के सापेक्ष इस बल के कारण बल आघूर्ण (Nm में) परिकलित कीजिए।

4

2. स्टोक्स प्रमेय का कथन लिखिए । इसका उपयोग करके सिद्ध कीजिए कि संरक्षी बल क्षेत्र का कर्ल सर्वत्र शून्य होता है।

1+4

### अथवा

ग्रीम प्रमेय का उपयोग करके  $\oint_C (-y dx + x dy)$  का परिकलन कीजिए, जहाँ C, वृत्त  $x^2 + y^2 = 4$  की परिधि है।

3. कोई द7 भाग कीजिए : प्रत्येक 4

(क) किसी गैस के अणु की चाल  $v$  तथा  $v + dv$  के बीच होने की प्रायिकता मैक्सवेल-बोल्ट्जमान बंटन फलन द्वारा व्यक्त की जाती है :

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_B T}$$

$$0 < v < \infty$$

जहाँ  $T$  गैस का ताप तथा  $m$  गैस के अणुओं का द्रव्यमान है। सिद्ध कीजिए कि :

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{m\pi}}$$

(ख) 6 छात्रों द्वारा दो कक्षा परीक्षाओं में प्राप्त अंकों को क्रमशः  $x$  तथा  $y$  द्वारा निरूपित किया गया है तथा ये निम्नवत् हैं :

$x$	$y$
6	8
5	6
8	7
10	10
4	6
9	8

$x$  पर  $y$  की न्यूनतम वर्ग समाश्रयण रेखा प्राप्त कीजिए।

- (ग)  $n$  स्वतन्त्र अभिप्रयोगों में सफलताओं की संख्या को निरूपित करने वाले द्विपद यादृच्छिक चर  $X$  का प्रायिकत बंटन निम्नवत् है :

$$b(x; n, p) = {}^n C_x p^x q^{n-x}$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, n$$

सिद्ध कीजिए कि द्विपद बंटन का माध्य  $np$  है।

**PHE-05**

**BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)**

**Term-End Examination**

**December, 2022**

**PHYSICS**

**PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN**

**PHYSICS—II**

*Time :  $1\frac{1}{2}$  Hours*

*Maximum Marks : 25*

---

**Note :** (i) *All questions are **compulsory**. However internal choices are given.*

(ii) *The marks for each question are indicated against it.*

(iii) *Symbols have their usual meanings.*

---

---

1. Answer any **three** parts : 4 each

(a) Solve the ODE :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3 + y^3}{xy^2}$$

- (b) Show that the following ODE is exact and solve it :

$$(2e^x + 3y - 1) dx + (e^y + 3x - 7) dy = 0$$

- (c) Determine the general solution of the equation :

$$y'' + 9y = \cos x$$

- (d) Show that :

$$u(x, y) = x^3 - 3xy^2$$

is a solution of the two-dimensional Laplace equation.

- (e) Using the method of separation of variables, reduce the following partial differential equation to a set of two independent ODEs :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = 0$$

2. Obtain the indicial equation and its root for the series solution of the ODE : 6

$$x^2 y'' + \left( x^2 + \frac{2}{9} \right) y = 0$$

*Or*

A sinusoidally varying e.m.f. is applied to a series RC circuit. Determine the current through the circuit as a function of time.

3. Obtain the Fourier series for the following function with the period  $2\pi$  : 7

$$\begin{aligned} f(x) &= -\pi \quad (-\pi \leq x \leq 0) \\ &= x \quad (0 \leq x \leq \pi) \end{aligned}$$

*Or*

Solve the partial differential equation :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (0 < x < L, t > 0)$$

Subject to the following conditions :

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0; \quad u(L, t) = 0, \quad t > 0$$

and  $u(x, 0) = 2, \quad 0 < x < L.$

## PHE-05

विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2022

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

---

नोट : (i) सभी प्रश्न करना अनिवार्य है। तथापि आंतरिक

विकल्प दिए गए हैं।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

---

---

1. कोई *तीन* भाग हल कीजिए : प्रत्येक 4

(क) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3 + y^3}{xy^2}$$

(ख) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण यथातथ है और उसे हल कीजिए :

$$(2e^x + 3y - 1) dx + (e^y + 3x - 7) dy = 0$$

(ग) निम्नलिखित समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$y'' + 9y = \cos x$$

(घ) सिद्ध कीजिए कि :

$$u(x, y) = x^3 - 3xy^2$$

द्वि-विमीय लाप्लास समीकरण का हल है।

( ) चर पृथक्करण विधि का उपयोग कर निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को दो स्वतंत्र अवकल समीकरणों में समानीत कीजिए :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = 0$$



2. साधारण अवकल समीकरण :

$$x^2 y'' + \left( x^2 + \frac{2}{9} \right) y = 0$$

के लिए घातांकी समीकरण तथा इसके मूल ज्ञात कीजिए। 6

**अथवा**

एक ज्यावक्रीय परिवर्ती विद्युत-वाहक बल के स्रोत को एक श्रेणी RC (आर. सी.) परिपथ में लगाया गया है। समय के फलन के रूप में परिपथ की धारा ज्ञात कीजिए।

3. आवर्तकाल  $2\pi$  वाले निम्नलिखित फलन :

$$\begin{aligned} f(x) &= -\pi \quad (-\pi \leq x \leq 0) \\ &= x \quad (0 \leq x \leq \pi) \end{aligned}$$

की फूरिए श्रेणी ज्ञात कीजिए। 7

**अथवा**

निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (0 < x < L, t > 0)$$

को निम्नलिखित प्रतिबंधों के अधीन हल कीजिए :

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0; \quad u(L, t) = 0, \quad t > 0$$

और  $u(x, 0) = 2, \quad 0 < x < L$