

**BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)  
(BSCG)**

**Term-End Examination**

**December, 2022**

**BPHCT-131 : MECHANICS**

*Time : 2 Hours*

*Maximum Marks : 50*

---

**Note :** (i) Attempt *all* questions.

(ii) The marks for each question are indicated against it.

(iii) Symbols have their usual meanings.

(iv) You may use a calculator.

---

---

1. Answer any **five** parts : 2 each

(a) Show that  $\vec{a} \cdot \frac{d\vec{a}}{dt} = 0$ , if  $\vec{a}$  is a constant vector.

**P. T. O.**

- (b) Obtain the general solution of the following first order ODE :

$$\frac{dG(t)}{dt} = Ft,$$

where  $F$  is a constant.

- (c) What are inertial and non-inertial frames of reference ?
- (d) Calculate the work done by a variable force  $F = -ax - bx^2$ , where  $a$  and  $b$  are constants, in moving a particle of mass  $m$  from point  $x = x_1$  to  $x = x_2$  along a straight line.
- (e) A merry-go-round makes 3 complete revolutions every 9 minutes. What is its angular speed in  $\text{rad s}^{-1}$  ?
- (f) State Kepler's law of equal areas for planetary motion.
- (g) Write the differential equation describing the SHM of mass  $m$  attached to a spring of force constant  $k$ .

- (h) Depict graphically the time-variation of displacement of a critically damped system.

2. Answer any **two** parts :

- (a) (i) Determine the projection of  $\vec{a} + 2\vec{b}$  on  $\vec{a}$ , where  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = -\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ . 3

- (ii) Obtain a unit vector perpendicular to both  $\vec{A} = 5\hat{i} + 3\hat{j}$  and  $\vec{B} = -\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ . 2

- (b) Obtain the general solution of ODE : 5

$$xy' + 2y = x^6$$

- (c) Solve the following boundary value problem : 5

$$9y'' + y = 0; y(0) = 4; y(\pi) = -1$$

3. Answer any **two** parts :

- (a) A train of mass  $9.00 \times 10^6$  kg is moving in a straight line at a constant speed of  $80.0 \text{ km h}^{-1}$ . The brakes, which produce a

net backward force of  $2.70 \times 10^6$  N, are applied for 25.0 s. What is the new speed of the train ? How far has the train travelled in this time ? 3+2

- (b) A stone of mass 0.6 kg is swinging in a vertical circle of radius 1.0 m. The speed of the stone is constant and equal to  $5.0 \text{ ms}^{-1}$ . Calculate the tensions in the string at the top and bottom of the circle. Draw the free-body diagrams. Take  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ . 2+2+1
- (c) State work-energy theorem. From what height would an object need to be dropped from rest so that it acquires kinetic energy equal to that it has when travelling at a speed of  $24.0 \text{ ms}^{-1}$  ? Take  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ . 1+4

4. Answer any *two* parts :

- (a) (i) A bicycle wheel of radius 3.0 m starts from rest and a particle on its rim moves a distance of 30 m in 20 s. Calculate angular displacement of the particle and its average angular speed in the time interval of 20 s. 2

- (ii) By what factor will the angular speed of an object change if its rotational inertia is reduced by half, when the net torque on it is zero ? 3
- (b) What is the total mechanical energy of a satellite of mass 1000 kg moving about the Earth in an orbit with  $a = 6000$  km ? Here  $a$  is length of semi-major axis. Also determine the eccentricity and shape of the orbit when the apogee distance is 10000 km. 3+1+1

Take :  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

and  $M_E = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ .

- (c) (i) Determine the reduced mass of a system of two particles having masses 4.0 kg and 2.0 kg, respectively. 2
- (ii) In a car accident, a car A (mass 1200 kg) is initially at rest. It is hit at the back by a car B of mass 1800 kg. From the markings of the tyres on the road, determined that after their collision, the speeds of car A and B

were  $12.0 \text{ ms}^{-1}$  and  $8.0 \text{ ms}^{-1}$ , respectively in the same direction. Assuming that the collision is head-on and elastic, determine the speed of car B before collision. 3

5. Answer any *two* parts :

(a) (i) For what value of displacement do the K. E. and P. E. of a simple harmonic oscillator become equal ? 2

(ii) In a spring-mass system, a  $0.3 \text{ kg}$  mass is attached to a spring of force constant  $20 \text{ Nm}^{-1}$ . The mass is released from rest at  $x = 20 \text{ mm}$ . Calculate the P. E. and K. E. of the system at  $x = 10 \text{ mm}$ . 3

(b) Calculate the amplitude and the period of resultant oscillation obtained on superposing following two collinear oscillations : 5

$$x_1(t) = 2 \sin \left( 20 \pi t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ cm}$$

and  $x_2(t) = 5 \sin \left( 20 \pi t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ cm} .$

- (c) The equation of motion of an oscillating body of mass 0.6 kg is :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 6 \frac{dx}{dt} + 4x = 0$$

Calculate :

- (i) force constant  $k$
- (ii) angular frequency  $\omega_0$
- (iii) damping constant  $\gamma$
- (iv) damping factor  $b$ .

Also determine the nature of damping.    5

**BPHCT-131**

विज्ञान स्नातक ( बी. एस.-सी. )

( बी. एस. सी. जी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2022

बी. पी. एच. सी. टी.-131 : यांत्रिकी

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

**नोट :** (i) सभी प्रश्न कीजिए।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

1. किन्हीं पाँच भागों के उत्तर दीजिए : प्रत्येक 2

(क) यदि  $\vec{a}$  अचर सदिश हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\vec{a} \cdot \frac{d\vec{a}}{dt} = 0$$



- (ख) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण का व्यापक हल प्राप्त कीजिए :

$$\frac{dG(t)}{dt} = Ft,$$

जहाँ  $F$  एक अचर है।

- (ग) जड़त्वीय और अजड़त्वीय तंत्र क्या होते हैं ?
- (घ) द्रव्यमान  $m$  के एक कण को बिन्दु  $x = x_1$  से बिन्दु  $x = x_2$  तक सीधी रेखा में ले जाने में बल  $F = -ax - bx^2$ , जहाँ  $a$  और  $b$  अचर हैं, द्वारा किया गया कार्य परिकलित कीजिए।
- (ङ) एक मेरी-गो-राउण्ड हर 9 मिनट में 3 सम्पूर्ण परिक्रमण करता है।  $\text{rad s}^{-1}$  में उसकी कोणीय चाल क्या है ?
- (च) ग्रहीय गति के लिए केप्लर के समान-क्षेत्रफल नियम का कथन दीजिए।

(छ) बल नियतांक  $k$  वाली कमानी से जुड़े द्रव्यमान  $m$  की सरल आवर्त गति का वर्णन करने वाला अवकल समीकरण लिखिए।

(ज) क्रांतिकतः अवमंदित निकाय के विस्थापन का समय के साथ परिवर्तन आरेखित कीजिए।

2. किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए :

(क) (i)  $\vec{a}$  पर  $\vec{a} + 2\vec{b}$  का प्रक्षेप ज्ञात कीजिए,

जहाँ  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  और

$\vec{b} = -\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  हैं। 3

(ii)  $\vec{A} = 5\hat{i} + 3\hat{j}$  और  $\vec{B} = -\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ,

दोनों सदिशों के लंबवत् एकक सदिश प्राप्त कीजिए। 2

(ख) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण का व्यापक हल प्राप्त कीजिए : 5

$$xy' + 2y = x^6$$

(ग) निम्नलिखित परिसीमा मान समस्या को हल कीजिए : 5

$$9y'' + y = 0; y(0) = 4; y(\pi) = -1$$

3. किन्हीं **दो** भागों के उत्तर दीजिए :

(क) एक रेलगाड़ी जिसका द्रव्यमान  $9.00 \times 10^6$  kg है, अचर चाल  $80.0 \text{ km h}^{-1}$  से सीधी रेखा में गतिमान है। रेलगाड़ी पर  $25.0 \text{ s}$  के लिए ब्रेक लगाए जाते हैं जो विपरीत दिशा में  $2.70 \times 10^6 \text{ N}$  का नेट बल आरोपित करते हैं। रेलगाड़ी की नई चाल क्या है ? इस दौरान रेलगाड़ी कितनी दूरी तय करती है ? 3+2

(ख) द्रव्यमान  $0.6 \text{ kg}$  का एक पत्थर त्रिज्या  $1.0 \text{ m}$  वाले ऊर्ध्वाधर वृत्त में गतिमान है। पत्थर की चाल अचर है और उसका मान  $5.0 \text{ ms}^{-1}$  है। वृत्त के उच्चतम और सबसे निचले बिन्दु पर रस्सी में तनाव ज्ञात कीजिए। बल निर्देशक आरेखों को चित्रित कीजिए।  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$  लें।

2+2+1

(ग) कार्य-ऊर्जा प्रमेय का कथन दीजिए। किसी पिंड को विरामावस्था से कितनी ऊँचाई से गिराना होगा कि उसकी गतिज ऊर्जा, उसकी उतनी ही गतिज

ऊर्जा के बराबर हो जाए जो  $24.0 \text{ ms}^{-1}$  की चाल से चलने पर होती है ?  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$  लें।

4. किन्हीं **दो** भागों के उत्तर दीजिए :

(क) (i) त्रिज्या  $3.0 \text{ m}$  का साइकिल का पहिया विरामावस्था से चलना शुरू करता है और उसके किनारे पर स्थित एक कण  $20 \text{ s}$  में  $30 \text{ m}$  चलता है। कण का कोणीय विस्थापन और  $20 \text{ s}$  के समयांतराल में उसकी औसत कोणीय चाल परिकलित कीजिए। 2

(ii) यदि किसी पिंड पर नेट बल आघूर्ण शून्य हो, तो उसकी कोणीय चाल कितने गुणक से बदल जाएगी अगर उसका जड़त्व आघूर्ण आधा कर दिया जाए ? 3

(ख) पृथ्वी की परिक्रमा कर रहे एक  $1000 \text{ kg}$  द्रव्यमान वाले उपग्रह की कुल यांत्रिक ऊर्जा क्या है जबकि  $a = 6000 \text{ km}$  ? यहाँ  $a$  अर्ध-दीर्घ

अक्ष की लंबाई है। साथ ही कक्षा की उत्केंद्रता और आकार निर्धारित कीजिए जबकि भूमि उच्च दूरी 10000 km है।

3+1+1

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

और  $M_E = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$  लें।

(ग) (i) क्रमशः 4.0 kg और 2.0 kg द्रव्यमान वाले दो कणों के निकाय का समानीत द्रव्यमान निर्धारित कीजिए।

2

(ii) एक कार दुर्घटना में कार A (द्रव्यमान 1200 kg) आरंभ में विरामावस्था में है। उससे द्रव्यमान 1800 kg वाली कार B पीछे से टकराती है। सड़क पर टायरों के निशान से निर्धारित किया जाता है कि संघनन के बाद कार A और B की चालें समान दिशा में क्रमशः  $12.0 \text{ ms}^{-1}$  और  $8.0 \text{ ms}^{-1}$  थीं। यह मानकर कि संघनन सीधा (head-on) और प्रत्यास्थ है, संघनन से पहले कार B की चाल प्राप्त कीजिए।

3

5. किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए :

(क) (i) विस्थापन के किस मान के लिए एक सरल आवर्त दोलक की गतिज एवं स्थितिज ऊर्जाएँ समान होती हैं ? 2

(ii) एक कमानी-द्रव्यमान तंत्र में 0.3 kg द्रव्यमान बल नियतांक  $20 \text{ Nm}^{-1}$  की कमानी से जोड़ा जाता है। द्रव्यमान को  $x = 20 \text{ mm}$  पर विरामावस्था से छोड़ा जाता है।  $x = 10 \text{ mm}$  पर निकाय की स्थितिज और गतिज ऊर्जाएँ परिकलित कीजिए। 3

(ख) निम्नलिखित दो सरेख आवर्ती दोलनों के अध्यारोपण के फलस्वरूप उत्पन्न परिणामी दोलन के आयाम और आवर्तकाल परिकलित कीजिए : 5

$$x_1(t) = 2 \sin\left(20 \pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

तथा 
$$x_2(t) = 5 \sin\left(20 \pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$$

(ग) द्रव्यमान 0.6 kg के दोलक का गति का समीकरण है :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 6 \frac{dx}{dt} + 4x = 0$$

परिकल्पित कीजिए :

- (i) बल नियतांक  $k$
- (ii) कोणीय आवृत्ति  $\omega_0$
- (iii) अवमंदन नियतांक  $\gamma$
- (iv) अवमंदन गुणांक  $b$

साथ ही, अवमंदन की प्रकृति निर्धारित कीजिए।