## BECE-015

## BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination
December, 2021
BECE-015 : ELEMENTARY MATHEMATICAL METHODS IN ECONOMICS

Time : 3 Hours
Maximum Marks : 100
Note : Attempt questions from each Section as directed.

## Section-A

Note: Attempt any two questions from this Section.

20 each

1. Suppose the problem is:

Minimize :

$$
\mathrm{C}=f\left(x_{1}, x_{2}, \ldots \ldots \ldots . ., x_{n}\right)
$$

subject to :

$$
g^{i}\left(x_{1}, x_{2}, \ldots \ldots \ldots ., x_{n}\right) \geq r_{i}
$$

and $x_{j} \geq 0 \quad i=1,2, \ldots \ldots, m \quad j=1,2, \ldots ., n$.
(a) Write out the expanded version of the Kuhn-Tucker minimum condition.
(b) Write out the dual of the problem and write the Kuhn-Tucker condition of the dual.
2. Given the input-coefficient matrix :

$$
\mathrm{A}=\left[\begin{array}{lll}
0.2 & 0.3 & 0.2 \\
0.4 & 0.1 & 0.2 \\
0.1 & 0.3 & 0.2
\end{array}\right]
$$

and the final demand vector :

$$
\left[\begin{array}{ll}
3 & 0 \\
1 & 5 \\
1 & 0
\end{array}\right] .
$$

(a) Find the solution output levels of the three industries.
(b) Check whether the system satisfies the Hawkins-Simon condition?
3. (a) Compute the pure strategy Nash equilibrium in the following game :

Player 2

(b) Compute the mixed strategy Nash equilibrium of the following game :

Player 2

|  |  | L | C | R |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | U | 0, 0 | $-5,-5$ | 1, - 1 |
| Player 1 | M | 5, - 5 | 0, 0 | -2, 2 |
|  | D | $-1,1$ | $2,-2$ | 0, 0 |

4. (a) A two-product firm faces the following demand and cost functions :

$$
\begin{aligned}
& \mathrm{Q}_{1}=40-2 \mathrm{P}_{1}-\mathrm{P}_{2} \\
& \mathrm{Q}_{2}=35-\mathrm{P}_{1}-\mathrm{P}_{2} \\
& \mathrm{C}=\mathrm{Q}_{1}^{2}+2 \mathrm{Q}_{2}^{2}+10
\end{aligned}
$$

(i) Find the output levels that satisfy the first-order conditions.
(ii) What is the maximal profit?
(b) Maximize :

$$
z=x y
$$

Subject to :

$$
x+2 y=2
$$

## Section-B

Note : Answer any four questions from this Section.

$$
4 \times 12=48
$$

5. Solve the following differential equations:
(a) $3 y^{2} d y-t d t=0$
(b) $2 t d y+y d t=0$
6. Use Cramer's rule to solve the following set of equations:

$$
\begin{array}{r}
4 x+3 y-2 z=1 \\
x+2 y=6 \\
3 x+z=4 .
\end{array}
$$

7. Determine the eigen values and eigen vectors of the matrix :

$$
\mathrm{A}=\left[\begin{array}{ll}
5 & 4 \\
1 & 2
\end{array}\right]
$$

8. Determine the distance between the points :
(a) $(3,0,7)$ and $(-4,8,2)$
(b) $(4,6,7,1)$ and $(-3,0,2,4)$
(c) The distance between the points $(3,1,2,4)$ and $(4,6,5, \lambda)$ is 200 . What can be said about the value of $\lambda$ ?
9. Explain the relevant concept of equilibrium for static games of incomplete information and dynamic games of incomplete information.
10. Construct the average and marginal product function for $x$, which correspond to the production function :

$$
q=x_{1} x_{2}-0.2 x_{1}^{2}-0.8 x_{2}^{2}
$$

Let $x_{2}=10$. At what respective value of $x_{1}$ will the average product and marginal product of $x$, equal zero?

## Section-C

Note: Answer both the questions from this Section.

$$
2 \times 6=12
$$

11. Evaluate :
(i) $\lim _{x \rightarrow 4} \frac{x^{2}-16}{4 \sqrt{x}-8}$
(ii) $\lim _{x \rightarrow 2} \frac{x^{4}-4 x^{3}+5 x^{2}-4 x+4}{x^{3}-2 x^{2}-4 x+8}$
12. (a) What are orthogonal vectors ? Explain. 3
(b) What is a determinant? Does every matrix have a determinant? Give reasons.

BECE-015

## स्नातक उपाधि कार्यक्रम ( बी.डी.पी. )

> सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर 2021
बी.f.सी.ड.-015 : अर्थशास्त्र में प्रारस्भिक गणितीय

## प्रविधियाँ

समय : 3 घण्टे
अधिकतम अंक : 100
नोट : प्रत्येक भाग से निर्देशानसार प्रश्न हल कीजिए।

## भाग-क

नोट : इस भाग से कोई दो प्रश्न हल कीजिए। प्रत्येक 20

1. मान लीजिए समस्या है :

न्यनतम :

$$
\mathrm{C}=f\left(x_{1}, x_{2}, \ldots \ldots, x_{n}\right)
$$

बशर्ते कि :

$$
\begin{aligned}
& g^{i}\left(x_{1}, x_{2}, \ldots, x_{n}\right) \geq r_{i} \\
& \text { और } x_{j} \geq 0 \quad i=1,2, \ldots ., m \quad j=1,2, \ldots \ldots, n \text { । }
\end{aligned}
$$

(क) कहन-टकर न्यनतम शर्त का विस्तारित रूप लिखिए।
(ख) समस्या के द्वैत (dual) को लिखिए और द्वैत के लिए कहन-टकर शर्त को लिखिए।
2. आगत-गणांक आव्यह है :

$$
\mathrm{A}=\left[\begin{array}{lll}
0.2 & 0.3 & 0.2 \\
0.4 & 0.1 & 0.2 \\
0.1 & 0.3 & 0.2
\end{array}\right]
$$

और अंतिम माँग सदिश (vector) है :

$$
\left[\begin{array}{ll}
3 & 0 \\
1 & 5 \\
1 & 0
\end{array}\right]
$$

(क) इन तीन उद्योगों के समाधान उत्पादन स्तरों का पता लगाइए।
(ख) जाँच कीजिए कि क्या यह प्रणाली हॉकिन्स-साइमन शर्त को संतष्ट करती है ?
3. (क) निम्नलिखित गेम में विशद्ध कार्यनीति नैश संतलन को परिकलित कीजिए :

|  | खिलाडी 2 <br> बायें |  |
| :--- | :---: | :---: |
|  | दायें |  |
| खिलाडी 1 | ऊपर | 2,2 0,3 <br> 3,0 1,1 <br>  नीचे |

(ख) निम्नलिखित खेल में मिश्रित कार्यनीति नैश संतलन को परिकलित कीजिए :

खिलाडी 2

|  |  | L | C | R |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| खिलाडी 1 | U | 0, 0 | $-5,-5$ | 1, -1 |
|  | M | 5, -5 | 0, 0 | -2, 2 |
|  | D | $-1,1$ | $2,-2$ | 0, 0 |

4. (क) कोई द्वि-उत्पाद फर्म निम्नलिखित माँग और लागत फलनों का सामना करती है :

$$
\begin{gathered}
\mathrm{Q}_{1}=40-2 \mathrm{P}_{1}-\mathrm{P}_{2} \\
\mathrm{Q}_{2}=35-\mathrm{P}_{1}-\mathrm{P}_{2} \\
\mathrm{C}=\mathrm{Q}_{1}^{2}+2 \mathrm{Q}_{2}^{2}+10
\end{gathered}
$$

(i) प्रथम-कोटि स्थितियों ( शर्तों) को संतष्ट करने वाले उत्पादन स्तरों का पता लगाइए।
(ii) उच्चिष्ठ लाभ क्या है ?
(ख) अधिकतम मल्य ज्ञात कीजिए :

$$
\mathrm{Z}=x y
$$

बशर्ते कि :

$$
x+2 y=2
$$

खण्ड-ख
नोट : इस भाग से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

$$
4 \times 12=48
$$

5. निम्नलिखित अवकल समीकरण हल कीजिए :
(क) $3 y^{2} d y-t d t=0$
(ख) $2 t d y+y d t=0$
6. क्रेमर नियम द्वारा निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए :

$$
\begin{array}{r}
4 x+3 y-2 z=1 \\
x+2 y=6 \\
3 x+z=4
\end{array}
$$

7. निम्नलिखित आव्यह के आइगेन मल्य तथा आइगेन सदिश ज्ञात कीजिए :

$$
\mathrm{A}=\left[\begin{array}{ll}
5 & 4 \\
1 & 2
\end{array}\right]
$$

8. निम्नलिखित बिन्दओं के बीच दरी निर्धारित कीजिए :
(क) $(3,0,7)$ और $(-4,8,2)$
(ख) $(4,6,7,1)$ और $(-3,0,2,4)$
(ग) बिन्द $(3,1,2,4)$ और बिन्द $(4,6,5, \lambda)$ के बीच दरी 200 है। $\lambda$ के मल्य के बारे में क्या कहा जा सकता है ?
9. असंपर्ण सचना वाले गतिहीन गेम तथा असंपर्ण सचना वाले गतिक गेम से संबंधित उचित संतलन की संकल्पना को समझाइए।
10. इस उत्पादन फलन के लिए $x_{1}$ के औसत और सीमांत उत्पाद फलनों की रचना कीजिए :

$$
q=x_{1} x_{2}-0.2 x_{1}^{2}-0.8 x_{2}^{2}
$$

मान लीजिए $x_{2}=10 . x_{1}$ के किन मानों पर इसके औसत उत्पाद और सीमांत उत्पाद शन्य होंगे ?

नोट : इस भाग के दोनों प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
11. ज्ञात कीजिए :

$$
2 \times 6=12
$$

(i) $\lim _{x \rightarrow 4} \frac{x^{2}-16}{4 \sqrt{x}-8}$
(ii) $\lim _{x \rightarrow 2} \frac{x^{4}-4 x^{3}+5 x^{2}-4 x+4}{x^{3}-2 x^{2}-4 x+8}$
12. (क) ऑर्थोगोनल सदिश क्या हैं ? स्पष्ट कीजिए। 3
(ख) सारणिक क्या है ? क्या हर आव्यह का सारणिक होता है ? कारण बताइए। 3

