

No. of Printed Pages : 16

**MTE-12**

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME**

**(BDP)**

**Term-End Examination**

**December, 2021**

**MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING**

*Time : 2 Hours*

*Maximum Marks : 50*

**Note :** (i) *Question No. 1 is compulsory.*

(ii) *Answer any four questions from question nos. 2 to 7.*

(iii) *Use of calculators is not allowed.*

1. Which of the following statements are *True* and which are *False* ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer :

5×2=10

(i) In a solution of a two-dimensional LPP, the objective function can assume same values at two distinct extreme points.

(ii) The right hand side constant of the constraint in a primal problem appears in the corresponding dual as a coefficient in the objective function.

(iii) An optimal solution in LPP does not necessarily involve all the constraints.

(iv) Every game matrix has a unique saddle point.

(v) A transportation problem with  $m$  rows and  $n$  columns is an LPP with  $m$  variables and  $n$  constraints.

2. (a) Formulate the dual of the following LPP : 5

Max. :

$$Z = -3x_1 - 2x_2$$

**P. T. O.**

[ 3 ]

MTE-12

Subject to :

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 \leq 7$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_2 \leq 3$$

and  $x_1, x_2 \geq 0$ .

- (b) Let  $S = \{(x, y) : x - y \leq 4, x + y \geq -3, y \leq 38\}$ . Find all extreme points of  $S$  and represent  $(x, y) = (2, 1)$  as convex combination of the extreme points. 5

3. (a) Solve the following game graphically : 5

	Player B	
Player A	2	-3
	3	5
	-2	6
	4	1

- (b) Solve the following LPP graphically : 5

Maximize :

$$Z = 5x_1 + 8x_2$$

[ 4 ]

MTE-12

Subject to :

$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \geq 2$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

4. (a) Out of five contractors, four jobs are to be assigned to four contractors to minimize the cost. Which contractor of the five contractors will be unsuccessful in getting the job ? The cost of each job with each contractor is given below : 5

		Job			
		J <sub>1</sub>	J <sub>2</sub>	J <sub>3</sub>	J <sub>4</sub>
Contractor	C <sub>1</sub>	10	12	18	19
	C <sub>2</sub>	9	18	21	18
	C <sub>3</sub>	7	17	20	19
	C <sub>4</sub>	9	14	19	15
	C <sub>5</sub>	10	15	21	16

P. T. O.

[ 5 ]

MTE-12

- (b) Formulate a suitable LPP of the game with respect to minimization and maximization players : 5

$$\begin{matrix} & \text{Player B} \\ \text{Player A} & \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

5. (a) Find the initial basic feasible solution of the following transportation problem using matrix-minima method : 5

		Destination			
		D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	Supply
	R <sub>1</sub>	16	20	12	700
Resources	R <sub>2</sub>	14	8	18	400
	R <sub>3</sub>	26	24	16	800
Requirements		600	600	700	

And, hence find the optimal solution.

P. T. O.

[ 6 ]

MTE-12

- (b) Find all values of  $k$  for which the vectors  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  and  $\begin{bmatrix} -k \\ k \\ 2 \end{bmatrix}$  are linearly independent. 5

6. (a) Write the LPP formulation of the following assignment problem : 5

		Jobs		
		I	II	III
	A <sub>1</sub>	10	2	3
Persons	A <sub>2</sub>	6	4	5
	A <sub>3</sub>	1	7	10

- (b) Use the principle of dominance, to solve the following game : 5

$$\begin{matrix} & \text{Player B} \\ \text{Player A} & \begin{bmatrix} 8 & 10 & 9 & 14 \\ 10 & 11 & 8 & 12 \\ 13 & 12 & 14 & 13 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

7. (a) An airline agrees to arrange chartered planes for a group. The group needs at

[ 7 ]

MTE-12

least 160 first class seats and at least 300 tourist class seats. The airline must use at least two of its model I planes which have 20 first class and 30 tourist class seats. The airline will also use some of its model II planes which have 20 first class and 60 tourist class seats. Each flight of model I costs ₹ 1 lakh and model II costs ₹ 1.5 lakh. Formulate the problem as LP model. 5

- (b) Obtain all the basic solutions to the following system of linear equations : 5

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3.$$

P. T. O.

[ 8 ]

MTE-12

MTE-12

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

( बी. डी. पी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर. 2021

एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे

अधिकतम भारिता : 50

---

**नोट :** (i) प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न सं. 2 से 7 तक कोई चार प्रश्न कीजिए।

(iii) कैलकुलेटरो का प्रयोग करने की अनमति नहीं

है।

---

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए :  $5 \times 2 = 10$
- (i) एक द्विविमीय LPP के हल में, दो अलग चरम बिंदुओं पर उद्देश्य फलन का मान समान हो सकता है।
- (ii) एक आद्य समस्या के व्यवरोध का दायीं ओर का नियत संगत द्वैती के उद्देश्य फलन में गणांक होता है।
- (iii) LPP के इष्टतम हल में सभी व्यवरोधों का प्रयोग होना आवश्यक नहीं है।
- (iv) प्रत्येक खेल आव्यह का एक अद्वितीय पल्याण बिंदु होता है।
- (v)  $m$  पंक्ति और  $n$  स्तम्भ वाली परिवहन समस्या  $m$  चरों और  $n$  व्यवरोधों वाली LPP होती है।

2. (क) निम्नलिखित LPP की द्वैती सत्रित कीजिए : 5

$$Z = -3x_1 - 2x_2$$

का अधिकतमीकरण कीजिए :

जबकि :

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 \leq 7$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_2 \leq 3$$

और  $x_1, x_2 \geq 0$ ।

- (ख) मान लीजिए  $S = \{(x, y) : x - y \leq 4, x + y \geq -3, y \leq 38\}$  है।  $S$  के सभी चरम बिंदु ज्ञात कीजिए और  $(x, y) = (2, 1)$  को चरम बिंदुओं के अवमख संयोग में दर्शाइए। 5

3. (क) निम्नलिखित खेल को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 5

खिलाडी B

$$\text{खिलाडी A} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 5 \\ -2 & 6 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

- (ख) निम्नलिखित LPP को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 5

$$Z = 5x_1 + 8x_2$$

का अधिकतमीकरण कीजिए :

जबकि :

$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \geq 2$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

4. (क) पाँच ठेकेदारों में से चार ठेकेदारों को लागत का न्यूनतमीकरण करते हुए चार कार्यों का नियतन करना है। पाँचों में से कौन-सा ठेकेदार कार्य पाने में असफल होगा ? प्रत्येक ठेकेदार द्वारा प्रत्येक कार्य करने की लागत नीचे दी गई है : 5

कार्य

	J <sub>1</sub>	J <sub>2</sub>	J <sub>3</sub>	J <sub>4</sub>
C <sub>1</sub>	10	12	18	19
C <sub>2</sub>	9	18	21	18
ठेकेदार C <sub>3</sub>	7	17	20	19
C <sub>4</sub>	9	14	19	15
C <sub>5</sub>	10	15	21	16

- (ख) अधिकतमीकरण और न्यूनतमीकरण खिलाड़ियों के लिए निम्नलिखित खेल की उपयुक्त LPP सत्रित कीजिए : 5

खिलाडी B

$$\text{खिलाडी A} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

[ 13 ]

MTE-12

5. (क) न्यूनतम-आव्यह विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित परिपवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी ससंगत हल ज्ञात कीजिए : 5

		गंतव्य			पति
		D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	
स्रोत	R <sub>1</sub>	16	20	12	700
	R <sub>2</sub>	14	8	18	400
	R <sub>3</sub>	26	24	16	800
आवश्यकताएँ		600	600	700	

और इस प्रकार इष्टतम हल ज्ञात कीजिए।

- (ख)  $k$  के वे सभी मान निकालिए जिनके लिए सदिश

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ और } \begin{bmatrix} -k \\ k \\ 2 \end{bmatrix} \text{ रैखिकतः स्वतंत्र हैं। 5}$$

[ 14 ]

MTE-12

6. (क) निम्नलिखित नियतन समस्या की LPP का सत्रीकरण कीजिए : 5

कार्य

I II III

$$\text{व्यक्ति } \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 10 & 2 & 3 \\ 6 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 10 \end{bmatrix}$$

- (ख) प्रमखता-नियम का प्रयोग करके निम्नलिखित खेल को हल कीजिए : 5

खिलाडी B

$$\text{खिलाडी A } \begin{bmatrix} 8 & 10 & 9 & 14 \\ 10 & 11 & 8 & 12 \\ 13 & 12 & 14 & 13 \end{bmatrix}$$

7. (क) एक एयरलाइन एक समह के लिए चार्टर विमानों की व्यवस्था करने के लिए सहमत होती है।

P. T. O.

[ 15 ]

MTE-12

समह को कम से कम 160 प्रथम श्रेणी सीट और कम से कम 300 पर्यटक श्रेणी सीट की आवश्यकता है। एयरलाइन को कम से कम 2 मॉडल 1 विमानों, जिनमें 20 प्रथम श्रेणी और 30 पर्यटक श्रेणी सीटें हैं, का प्रयोग करना चाहिए। एयरलाइन कछ मॉडल 2 विमानों, जिनमें 20 प्रथम श्रेणी और 60 पर्यटक श्रेणी सीटें हैं, का प्रयोग भी करेगी। मॉडल 1 विमान की प्रत्येक उडान की लागत ₹ 1 लाख और मॉडल 2 विमान की प्रत्येक उडान की लागत ₹ 1.5 लाख है। इसे LP निदर्श की समस्या के रूप में सचित्र कीजिए।

5

[ 16 ]

MTE-12

(ख) निम्नलिखित रैखिक समीकरणों के निकाय के सभी आधारी हल ज्ञात कीजिए :

5

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3.$$

MTE-12

P. T. O.