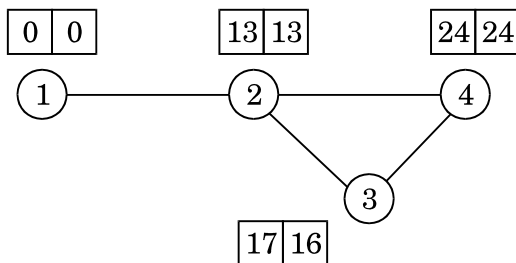


BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)**Term-End Examination****December, 2021****(APPLICATION ORIENTED COURSE)****AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH***Time : 2 hours**Maximum Marks : 50**(Weightage : 70%)*

Note : Question no. 1 is **compulsory**. Answer any **four** questions out of question nos. 2 to 7. Use of calculators is **not** allowed.

1. Which of the following statements are *True* and which are *False* ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer. $5 \times 2 = 10$

- (a) The union of any two convex sets is convex.
- (b) The following project network has a unique critical path :



- (c) For each cell (i, j) in an optimal solution to a transportation problem the value $(u_i + v_j - c_{ij}) x_{ij} = 0$.
- (d) The optimal value of the dual of the following LPP is 24 :

$$\text{Maximize } z = 4x_1 + 3x_2$$

subject to

$$x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

- (e) In a single server queueing system, if the mean arrival rate is 2 per hour and mean service rate is 3 per hour, the system will reach the steady state.

2. (a) Solve the following linear programming problem by two-phase method :

6

$$\text{Maximize } z = 3x_1 + 2x_2 + x_3$$

subject to

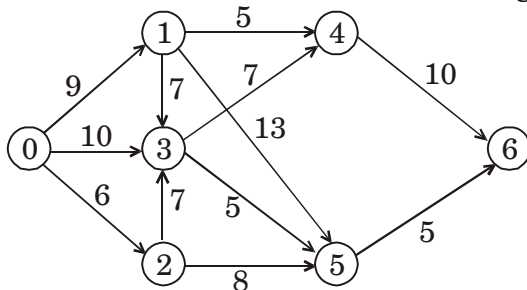
$$-3x_1 + 4x_2 + x_3 = 7$$

$$-3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

- (b) Find the shortest route in the following map :

4



3. (a) An electrical goods manufacturing company produces two products, P_1 and P_2 . Products are produced and sold on a weekly basis. The weekly production cannot exceed 25 for product P_1 and 30 for product P_2 because of limited available facilities. The company employs total of 60 workers. Product P_1 requires 2 man-weeks of labour, while P_2 requires one man-week of labour. Profit contribution of P_1 is ₹ 60 and of P_2 is ₹ 40. Formulate it as an LPP and solve for maximum profit using graphical method. 5

(b) A company uses annually 50,000 units of an item, each costing ₹ 1.20. Each order cost is ₹ 45 and inventory carrying cost is 15% of the annual average inventory value.

(i) Find EOQ.

(ii) If the company operates 250 days in a year, the procurement time is 10 days and safety stock is 500 units. Find reorder level, maximum, minimum and average inventory. 5

4. (a) Use the dual simplex method to solve the following LPP : 5

$$\text{Maximize } z = -2x_1 - x_3$$

subject to

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 5$$

$$x_1 - 2x_2 + 4x_3 \geq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

- (b) Seven jobs are to be processed on two machines A and B in the order $A \rightarrow B$. Each machine can process only one job at a time. The processing times are as follows :

Job	1	2	3	4	5	6	7
Machine A	10	12	13	7	14	5	16
Machine B	15	11	8	9	6	7	16

Find an order in which these seven jobs are to be processed so as to minimize the total elapsed time. Find the elapsed time and idle time of each machine.

5

5. (a) A project has the following time schedule :

Activity	Time (in weeks)	Activity	Time (in weeks)
1 \rightarrow 2	2	4 \rightarrow 6	3
1 \rightarrow 3	2	5 \rightarrow 8	1
1 \rightarrow 4	1	6 \rightarrow 9	5
2 \rightarrow 5	4	7 \rightarrow 8	4
3 \rightarrow 6	8	8 \rightarrow 9	3
3 \rightarrow 7	5		

Construct PERT Network and compute critical path and its duration.

5

- (b) On a railway platform, goods trains arrive at a rate of 30 trains per day. Assume that the inter-arrival time follows an exponential distribution and the service time distribution is also exponential with an average of 36 minutes. Calculate :

5

- (i) The mean queue size
- (ii) The probability that the queue size exceeds 10

6. (a) For air ticket booking, there are two counters for customers. The customers arrive in Poisson fashion at an average rate of 9 per hour. The service time for booking clerks at both the counters are exponentially distributed with mean time of 15 minutes. The counters remain open for 8 hours per day.

- (i) Find the hours of the day for which both the clerks are busy.
- (ii) Find the expected waiting time of a customer in the queue.

5

(b) The data given below refers to the time taken by different operators on different machines :

Operators	Machines				
	A	B	C	D	E
1	10	5	7	8	2
2	11	4	9	4	3
3	8	4	9	7	10
4	7	5	6	4	1
5	8	9	7	5	4

Find an assignment of operators to machines that will minimize the total time taken.

5

7. (a) An investment company wants to study the investment proposals based on the profit factor. While analysing a new investment proposal, the company estimated the probability distribution for the profit as follows :

Profit (in thousands)	Probability
3	0·1
5	0·2
7	0·4
9	0·2
10	0·1

Using the random numbers : 19, 7, 90, 2, 57, 28, simulate the profit of the company for six trials.

5

- (b) Solve the following transportation problem :

5

Source	Destination				Available
	1	2	3	4	
1	21	16	25	13	11
2	17	18	14	23	13
3	32	27	18	41	19
Requirement	6	10	12	15	43

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2021

(व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)

ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का : 70%)

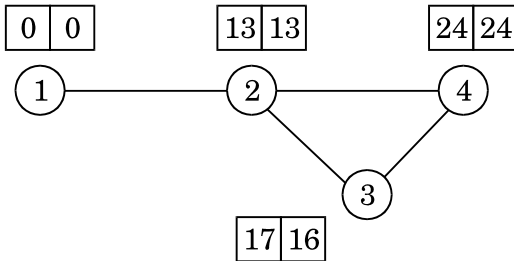
नोट : प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है । प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए । कैल्कुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए ।

$5 \times 2 = 10$

(क) किन्हीं दो अवमुख समुच्चयों का सम्मिलन अवमुख होता है ।

(ख) निम्नलिखित परियोजना नेटवर्क में एक अद्वितीय क्रांतिक पथ है :



(ग) परिवहन समस्या के इष्टतम हल में प्रत्येक कोष्ठिका (i, j) के लिए मान $(u_i + v_j - c_{ij}) x_{ij} = 0$ है ।

(घ) निम्नलिखित LPP की द्वैती का इष्टतम मान 24 है :

$z = 4x_1 + 3x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए,
जबकि

$$x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

(ङ) एकल सेवक पंक्ति प्रणाली में, यदि माध्य आगमन दर 2 प्रति घंटा और माध्य सेवा दर 3 प्रति घंटा है, तब प्रणाली अपरिवर्ती अवस्था में पहुँचेगी ।

2. (क) द्वि-विमीय विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या हल कीजिए : 6

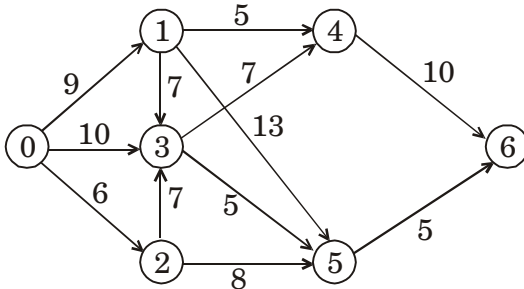
$z = 3x_1 + 2x_2 + x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए,
जबकि

$$-3x_1 + 4x_2 + x_3 = 7$$

$$-3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

(ख) निम्नलिखित नकशे में लघुतम मार्ग ज्ञात कीजिए : 4



3. (क) बिजली का सामान बनाने वाली एक कम्पनी दो उत्पाद P_1 और P_2 बनाती है। उत्पादों को बनाकर साप्ताहिक आधार पर बेचा जाता है। सीमित सुविधाएँ होने के कारण P_1 का साप्ताहिक उत्पादन 25 और P_2 का साप्ताहिक उत्पादन 30 से ज्यादा नहीं हो सकता है। कम्पनी कुल 60 आदमी काम पर लगाती है। उत्पाद P_1 के लिए 2 आदमी-साप्ताहिक श्रम और उत्पाद P_2 के लिए एक आदमी-साप्ताहिक श्रम आवश्यक है। P_1 का लाभ ₹ 60 और P_2 का लाभ ₹ 40 है। इसे LPP के रूप में सूत्रित कीजिए और ग्राफीय विधि का प्रयोग करके अधिकतम लाभ के लिए हल कीजिए। 5

(ख) एक कम्पनी एक उत्पाद की 50,000 इकाइयाँ प्रति वर्ष प्रयोग करती है। प्रत्येक उत्पाद की लागत ₹ 1.20 है। प्रत्येक ऑर्डर लागत ₹ 45 और मालसूची रखाव लागत वार्षिक औसतन मालसूची मान की 15% है।

(i) EOQ ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि कम्पनी एक वर्ष में 250 दिनों तक चलती है और वसूली काल 10 दिन और सुरक्षा स्टॉक 500 इकाई है, तो पुनः ऑर्डर स्तर, अधिकतम, न्यूनतम और औसत मालसूची ज्ञात कीजिए। 5

4. (क) निम्नलिखित LPP को द्वैती एकधा विधि से हल कीजिए : 5
 $z = -2x_1 - x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए,
जबकि

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 5$$

$$x_1 - 2x_2 + 4x_3 \geq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

- (ख) सात जॉब दो मशीनों A और B पर $A \rightarrow B$ के क्रम में पूरे किए जाने हैं। प्रत्येक मशीन एक समय पर केवल एक जॉब पूरा कर सकती है। जॉब पूरा करने का समय नीचे दिया गया है :

जॉब	1	2	3	4	5	6	7
मशीन A	10	12	13	7	14	5	16
मशीन B	15	11	8	9	6	7	16

कुल व्यतीत समय का न्यूनतमीकरण करते हुए इन सातों जॉबों का अनुक्रम ज्ञात कीजिए। व्यतीत समय और प्रत्येक मशीन के खाली रहने का समय भी ज्ञात कीजिए। 5

5. (क) एक परियोजना की गतिविधियों की अवधि निम्नलिखित है :

गतिविधि	अवधि (सप्ताह में)	गतिविधि	अवधि (सप्ताह में)
1 → 2	2	4 → 6	3
1 → 3	2	5 → 8	1
1 → 4	1	6 → 9	5
2 → 5	4	7 → 8	4
3 → 6	8	8 → 9	3
3 → 7	5		

PERT नेटवर्क आरेख बनाइए और क्रांतिक पथ और इसकी अवधि ज्ञात कीजिए। 5

- (ख) एक रेलवे प्लेटफॉर्म पर मालगाड़ियाँ 30 मालगाड़ी प्रतिदिन की दर से पहुँचती हैं। यह मान लीजिए कि गाड़ियों का अंतर-आगमन समय चरघातांकीय बंटन में है और सेवा काल बंटन भी 36 मिनट औसत का चरघातांकीय बंटन है। निम्नलिखित ज्ञात कीजिए : 5

- औसत पंक्ति आकार
- वह प्रायिकता कि पंक्ति आकार 10 से अधिक है

6. (क) हवाई जहाज की टिकट की बुकिंग के लिए यात्रियों के लिए दो काउंटर हैं। यात्री प्रति घंटा 9 की औसत दर से प्वासों बंटन में आते हैं। दोनों काउंटरो पर बुकिंग क्लर्क के लिए सेवा काल चरघातांकीय बंटन में है, जिसका माध्य काल 15 मिनट है। काउंटर प्रतिदिन 8 घंटे खुले रहते हैं।

- (i) दिन के वे घंटे ज्ञात कीजिए जिनमें दोनों क्लर्क व्यस्त रहते हैं।
(ii) यात्री का पंक्ति में प्रत्याशित प्रतीक्षा समय ज्ञात कीजिए।

5

(ख) नीचे तालिका में दिए गए आँकड़े अलग-अलग मशीनों पर अलग-अलग ऑपरेटरों द्वारा लिए गए समय को दर्शाते हैं :

ऑपरेटर	मशीन				
	A	B	C	D	E
1	10	5	7	8	2
2	11	4	9	4	3
3	8	4	9	7	10
4	7	5	6	4	1
5	8	9	7	5	4

मशीनों के ऑपरेटरों का वह नियतन ज्ञात कीजिए जो कुल लिए जाने वाले समय को न्यूनतम करेगा।

5

7. (क) एक निवेश कम्पनी लाभ कारक के आधार पर निवेश प्रस्तावों का अध्ययन करना चाहती है। नए निवेश प्रस्ताव का विश्लेषण करने में कम्पनी ने लाभ के लिए निम्नलिखित प्रायिकता बंटन आकलित किया :

लाभ (हजारों में)	प्रायिकता
3	0.1
5	0.2
7	0.4
9	0.2
10	0.1

यादृच्छिक संख्याओं 19, 7, 90, 2, 57, 28 का प्रयोग करते हुए छह प्रयासों के लिए कम्पनी के लाभ का अनुकरण कीजिए।

5

- (ख) निम्नलिखित परिवहन समस्या हल कीजिए :

5

स्रोत	गंतव्य				उपलब्धता
	1	2	3	4	
1	21	16	25	13	11
2	17	18	14	23	13
3	32	27	18	41	19
आवश्यकता	6	10	12	15	43