

**BACHELOR OF SCIENCE (BSCG)****Term-End Examination****December, 2020****BPHCT-133 : ELECTRICITY AND MAGNETISM***Time : 2 Hours**Maximum Marks : 50*

---

**Note :** Attempt *all* questions. Internal choices are given. Marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings. Values of physical constants are given at the end. You may use a calculator.

---

---

1. Answer any **five** parts : 3 each
- (a) Determine the gradient of the function :

$$T(x, y) = \frac{A}{x^2 + y^2}$$

- (b) Determine the position vector of a particle  $\vec{r}(t)$  moving with the velocity :

$$\vec{V}(t) = 2 \sin t \hat{i} - \cos t \hat{j}$$

given that  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j}$  at  $t = 0$ .

- (c) Calculate the electric field of a particle carrying charge + 6.0 nC at a point 3.0 m away from it. Determine the electrostatic force exerted on an electron placed at that point.
- (d) A charge of + 18  $\mu\text{C}$  is placed on a hollow metal sphere of radius 0.10 m. What is the electric field at its centre ? Calculate its electric potential at a point 1.0 m from its centre. 1 + 2
- (e) A dielectric block is polarised such that :

$$\vec{P} = 2.0 \times 10^{-6} (2x^2\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) \text{ Cm}^{-2}$$

Determine the bound volume charge density for the block.

- (f) Draw the labelled B-H curve for a ferromagnetic material and indicate coercivity and remanence an it.
- (g) A typical ignition coil (made up of two coils) draws a current of 4.0 A and supplies an e.m.f. of 32 kV to the spark plugs. If the current is interrupted every 0.10 ms, what is the mutual inductance of the two coils ?

- (h) The electric field of an electromagnetic wave in vacuum is given by :

$$\vec{E} = 50 \sin \left[ \frac{\pi}{3} x - 2\pi \times 10^9 t \right] \hat{y}$$

where  $E$  is in  $\text{Vm}^{-1}$ ,  $x$  is in  $\text{m}$  and  $t$  in  $\text{s}$ . Determine the frequency and wavelength of the wave and its direction of propagation. What is the direction of the associated magnetic field ?

2. Answer any *five* parts :

- (a) Using Stokes' theorem, show that a central conservative force field  $\vec{F}$  is irrotational everywhere. 5
- (b) Using the divergence theorem, determine the flux of the vector field : 5

$$\vec{F} = 2x\hat{i} + 3y\hat{j} + z\hat{k}$$

through the surface of the sphere given by  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ . 5

- (c) A charged non-conducting spherical shell having inner radius 2.0 m and outer radius 5.0 m carries a charge of magnitude  $18 \mu\text{C}$  distributed uniformly over its volume.

Determine the magnitude of the electric field due to it at a distance of 3.0 m from its centre. 5

(d) The point charges  $+q$  and  $-2q$  are placed along a straight line at a distance of 12 m from each other. Determine the distance of a point, from the charge  $+q$ , between the two charges where the electric potential is zero. 5

(e) Two parallel conducting plates, each of area  $1.0\text{ m}^2$  are separated by a distance of  $2.0 \times 10^{-2}$  m. The potential difference between them in vacuum is 1000 V. When a dielectric sheet of thickness 2.0 cm is inserted between the plates, the potential difference between them decreases to 500 V.

(i) Calculate the dielectric constant, permittivity and susceptibility of the dielectric. 3

- (ii) Determine the electric field between the plates in vacuum, and the electric field in the dielectric. 2
- (f) A circular loop of radius 0.05 m consisting of 100 turns of wire carries a current of 1.0 A. Calculate the magnitude of the loop's magnetic moment. Suppose that initially the magnetic moment is aligned with a uniform magnetic field of 0.50 T. What is the magnitude of the torque required to hold the loop at  $90^\circ$  from its original orientation ? 2 + 3
- (g) State Lenz's law. Using the law, explain why a metal ring placed on top of a solenoid jumps when current through the solenoid is switched on. 1 + 4
- (h) The electric and magnetic fields associated with an electromagnetic wave are given by : 3 + 2

$$\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y}$$

$$\text{and } \vec{B} = B_0 \sin(kx - \omega t)\hat{z}$$

Determine the magnitude and direction of the Poynting vector, and the energy density of the electromagnetic field.

3. Answer any *two* parts :

- (a) Derive the expression for the electric potential at a point inside a uniformly charged non-conducting sphere. 5
- (b) Using Biot-Savart's law, obtain an expression for the magnetic field at a point on the axis of a current-carrying loop. 5
- (c) Write Maxwell's equations in differential form in vacuum. Using them, derive the electromagnetic wave equation in vacuum for the electric field. 2 + 3

*Physical constants :*

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\text{C}^{-2}$$

$$e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

**BPHCT-133**

विज्ञान स्नातक ( बी.एस.-सी.जी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2020

बी.पी.एच.सी.टी.-133 : विद्युत और चुंबकत्व

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

**नोट :** सभी प्रश्न कीजिए। आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। भौतिक नियतांकों के मान अंत में दिए गए हैं। आप कैल्कुलेटर का उपयोग कर सकते हैं।

1. कोई **पाँच** भाग कीजिए : प्रत्येक 3

(क) फलन :

$$T(x, y) = \frac{A}{x^2 + y^2}$$

का ग्रेडिएन्ट ज्ञात कीजिए।

(ख) वेग :

$$\vec{V}(t) = 2 \sin t \hat{i} - \cos t \hat{j}$$

से गतिमान कण का स्थिति सदिश  $\vec{r}(t)$  ज्ञात कीजिए, जबकि दिया है कि  $t = 0$  पर  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j}$  है।

(ग) आवेश  $+ 6.0 \text{ nC}$  वाले एक कण का उससे  $3.0 \text{ m}$  की दूरी पर विद्युत क्षेत्र परिकल्पित कीजिए। उस बिन्दु पर स्थित एक इलेक्ट्रॉन पर लग रहा स्थिर वैद्युत बल ज्ञात कीजिए।

(घ) त्रिज्या  $0.10 \text{ m}$  वाले खोखले धात्विक गोले पर  $+ 18 \mu\text{C}$  का आवेश रखा जाता है। उसके केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र का मान क्या है? उसके केन्द्र से  $1.0 \text{ m}$  दूरी पर स्थित बिन्दु पर उसके विद्युत विभव की गणना कीजिए।

(ङ) एक डाईइलेक्ट्रिक खंड का ध्रुवण इस तरह से होता है कि :

$$\vec{P} = 2.0 \times 10^{-6} (2x^2 \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}) \text{ Cm}^{-2}$$

है। खंड के लिए परिबद्ध आयतन आवेश घनत्व की गणना कीजिए।



- (च) एक लौह चुंबकीय पदार्थ के लिए लेबलित B-H वक्र खींचिये और उस पर निग्राहिता एवं चुंबकत्वावशेष दिखाइए।
- (छ) एक प्रारूपी इग्नीशन कुंडली (जो दो कुंडलियों से बनी होती है) में 4.0 A की धारा प्रवाहित होती है और वह स्पार्क प्लग को 32 kV का विद्युत-वाहक बल प्रदान करती है। यदि हर 0.10 ms पर धारा को रोका जाए, तो दोनों कुंडलियों का अन्योन्य प्रेरकत्व क्या होगा?
- (ज) निर्वात में विद्युतचुम्बकीय तरंग का विद्युत्-क्षेत्र है :

$$\vec{E} = 50 \sin \left[ \frac{\pi}{3} x - 2\pi \times 10^9 t \right] \hat{y}$$

जहाँ E,  $Vm^{-1}$  में है, x, m में तथा t, s में है। तरंग की आवृत्ति, तरंगदैर्घ्य और तरंग के संचरण की दिशा ज्ञात कीजिए। उससे संबद्ध चुंबकीय क्षेत्र की दिशा क्या है?

2. कोई पाँच भाग कीजिए :

- (क) स्टोक्स प्रमेय का उपयोग करके सिद्ध कीजिए कि एक केन्द्रीय संरक्षी बल क्षेत्र  $\vec{F}$  सर्वत्र अघूर्णी होता है।

(ख) डाइवर्जेन्स प्रमेय का उपयोग कर :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16$$

के पृष्ठ से होकर जाने वाला, सदिश क्षेत्र :

$$\vec{F} = 2x\hat{i} + 3y\hat{j} + 3z\hat{k}$$

का अभिवाह ज्ञात कीजिए। 5

(ग) एक आवेशित अचालक गोलीय कोश, जिसकी आंतरिक त्रिज्या 2.0 m है और बाह्य त्रिज्या 5.0 m, के आयतन पर परिमाण 18  $\mu\text{C}$  वाला आवेश एकमानतः वितरित है। उसके केन्द्र से 3.0 m की दूरी पर विद्युत क्षेत्र के परिमाण की गणना कीजिए। 5

(घ) दो बिन्दु आवेश  $+q$  और  $-2q$  एक सरल रेखा पर एक-दूसरे से 12 m की दूरी पर रखे हैं। दोनों आवेशों के बीच, आवेश  $+q$  से वह दूरी ज्ञात कीजिए जहाँ विद्युत विभव शून्य होगा। 5

(ङ) दो समांतर चालक प्लेटें जिनका प्रत्येक का क्षेत्रफल  $1.0\text{ m}^2$  है, एक-दूसरे से  $2.0 \times 10^{-2}\text{ m}$  की दूरी पर हैं। निर्वात में उनके बीच विभवांतर 1000 V है। जब उनके बीच 2.0 cm मोटी शीट रखी जाती है, तो उनके बीच का विभवांतर घटकर 500 V रह जाता है।

- (i) डाइलेक्ट्रिक पदार्थ के डाइलेक्ट्रिक नियतांक, विद्युतशीलता और विद्युत प्रवृत्ति की गणना कीजिए। 3
- (ii) निर्वात में प्लेटों के बीच विद्युत-क्षेत्र और डाइलेक्ट्रिक पदार्थ में विद्युत-क्षेत्र की गणना कीजिए। 2
- (च) त्रिज्या 0.05 m के एक वृत्ताकार लूप में जिसमें तार के 100 फेरे हैं, 1.0 A की धारा प्रवाहित होती है। लूप के चुंबकीय आघूर्ण के परिमाण की गणना कीजिए। मान लीजिए कि आरंभ में चुंबकीय आघूर्ण 0.50 T के एकसमान चुंबकीय क्षेत्र के साथ संरेखित है। लूप के आरंभिक अभिविन्यास से उसे  $90^\circ$  पर बनाये रखने के लिए आवश्यक बल आघूर्ण का परिमाण क्या होगा? 2+3
- (छ) लेन्ज के नियम का कथन दीजिए। इस नियम का उपयोग कर समझाइए कि एक परिनालिका (solenoid) के ऊपर रखा धात्विक वलय, परिनालिका में धारा प्रवाहित करने पर उछल क्यों जाता है। 1 + 4

- (ज) एक विद्युत-चुंबकीय तरंग से संबद्ध विद्युत् और चुम्बकीय क्षेत्र निम्नवत् हैं : 3 + 2

$$\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y}$$

$$\text{और } \vec{B} = B_0 \sin(kx - \omega t)\hat{z}$$

पोइंटिंग सदिश के परिमाण और दिशा और विद्युतचुंबकीय क्षेत्र का ऊर्जा घनत्व ज्ञात कीजिए।

3. कोई दो भाग कीजिए :

(क) एकसमानतः आवेशित अचालक गोले के भीतर स्थित बिन्दु पर विद्युत विभव का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। 5

(ख) बायो-सेवर्ट के नियम का उपयोग कर, एक धारावाही लूप के अक्ष पर स्थित बिन्दु पर चुंबकीय क्षेत्र का व्यंजक प्राप्त कीजिए। 5

(ग) निर्वात में अवकल रूप में मैक्सवेल समीकरणों के व्यंजक लिखिए। इनका उपयोग कर विद्युत क्षेत्र के लिए निर्वात में विद्युतचुंबकीय तरंग समीकरण व्युत्पन्न कीजिए। 2 + 3

भौतिक नियतांक :

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N-m}^2\text{C}^{-2}$$

$$e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$