

1429345

No. of Printed Pages : 12

MTE-12

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

December, 2019

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

Note : Question No. 1 is compulsory. Do any four questions out of Question Nos. 2 to 7. Use of calculator is not allowed.

1. State which of the following statements are true and which are false ? Give reasons for your answer with a short proof or a counter-example : 10
- (i) In an LP model, replacing \leq or \geq by $=$ in the constraints can improve the value of the objective function.
 - (ii) The dual of dual of an LPP is primal LPP.
 - (iii) Every feasible point in a bounded LP solution space can be determined from its feasible extreme points.

- (iv) A balanced transportation problem may not have any feasible solution.
- (v) In a two-person zero-sum game, if the optimal solution requires one player to use a pure strategy, the other player must do the same.
2. (a) A toy company manufactures two type of dolls; a basic version—doll A and a delux version—doll B. Each doll of type B takes twice as long to produce as one of type A and the company would have time to make a maximum 2000 dolls per day if it produces only type A. The supply of plastic is sufficient to produce 1500 dolls per day (both A and B combined). The type B version requires a fancy dress of which there are only 600 per day available. If the company makes profit of ₹ 3 and ₹ 5 per doll on doll A and doll B respectively; how many of each type of dolls should be produced per day in order to maximize profit ?

- (b) The pay-off matrix of a game is given below. Solve the game : 4

		Player B				
		I	II	III	IV	V
Player A	1	-2	0	0	5	3
	2	3	2	1	2	2
	3	-4	-3	0	-2	6
	4	5	3	-4	2	-6

3. (a) Formulate the dual of the following LPP : 5

Max. :

$$z^1 = 3x_1 - 2x_2$$

s. t. :

$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$-x_2 \leq -1$$

Identify the nature of each of the dual variables.

- (b) Find all the basic feasible solutions of the following system : 5

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5$$

4. (a) Solve the following time-minimisation assignment problem : 5

		Person			
		1	2	3	4
Job	I	18	26	17	11
	II	13	28	14	26
	III	38	19	18	15
	IV	19	26	24	10

- (b) Using dominance principles, solve the game whose pay-off matrix is : 5

		Player B		
		I	II	III
Player A	I	-1	-2	8
	II	7	5	-1
	III	6	0	12

5. (a) A company has four plants P_1, P_2, P_3, P_4 from which it supplies to three markets M_1, M_2, M_3 . Determine the optimal transportation schedule for the following data : 5

		Plants				Requirement
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	
Market	M ₁	19	14	23	11	110
	M ₂	15	16	12	21	130
	M ₃	30	25	16	39	190
Availability		60	100	120	150	430

- (b) Solve graphically the game whose pay-off matrix is : 5

		Player B			
		I	II	III	IV
Player A	I	1	3	-3	7
	II	2	5	4	-6

6. (a) Use two-phase method to solve the following LPP : 6

Min. :

$$z = 4x_1 + 3x_2$$

s. t. :

$$2x_1 + x_2 \geq 10$$

$$-3x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- (b) Write the LPP model of the following
Transportation problems : 4

		Destination				
		I	II	III	IV	
Sources	I	5	7	6	4	70
	II	2	8	3	1	50
	III	1	7	4	5	90
Demand		50	40	50	70	

7. (a) Examine the convexity to the set : 4

$$\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 4x_1 + 3x_2 \leq 6,$$

$$x_1 + x_2 \geq 1, x_1, x_2 \geq 0\}$$

- (b) Solve the following linear programming
problem by formulating its dual : 6

Min. :

$$z = 15x_1 + 10x_2$$

s.t. :

$$3x_1 + 5x_2 \geq 5$$

$$5x_1 + 2x_2 \geq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

एम. टी. ई.-12

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2019

एम. टी. ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है। प्रश्न संख्या 2 से 7 में से कोई चार प्रश्न कीजिए। कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति उदाहरण दीजिए : 10

(i) एक LP निदर्श में, व्यवरोधों में \leq या \geq को = द्वारा प्रतिस्थापित करने पर उद्देश्य फलन के मान में सुधार हो सकता है।

(ii) एक LPP की द्वैती की द्वैती एक आद्य LPP होती है।

(iii) एक परिबद्ध LP हल समष्टि का प्रत्येक सुसंगत बिन्दु उसके सुसंगत चरम बिन्दुओं द्वारा निकाला जा सकता है।

- (iv) एक संतुलित परिवहन समस्या का कोई सुसंगत हल नहीं हो सकता है।
- (v) एक द्वि-व्यक्ति शून्य-योग खेल में, यदि इष्टतम हल में, एक खिलाड़ी अविकल्पी युक्ति का प्रयोग करता है, तो दूसरे खिलाड़ी को भी उसी प्रकार की युक्ति चुननी चाहिए।

2. (क) एक खिलौने बनाने वाली कम्पनी दो प्रकार की गुड़ियाएँ : एक आधारभूत प्रकार—गुड़िया A और एक डीलक्स प्रकार—गुड़िया B बनाती है। B प्रकार की गुड़िया को बनाने में A प्रकार की गुड़िया को बनाने में लगे समय का दुगुना समय लगता है और कम्पनी के पास एक दिन में अधिकतम 2000 गुड़िया बनाने का समय है। यदि वे A प्रकार की हैं। प्लास्टिक की पूर्ति भी 1500 गुड़ियाँ (A और B दोनों प्रकार की गुड़ियाएँ मिलाकर) प्रतिदिन के लिए ही उपलब्ध है। B प्रकार की गुड़ियों के लिए एक फैंसी ड्रेस की आवश्यकता है जो 600 प्रतिदिन ही उपलब्ध हैं। यदि कम्पनी गुड़िया A और गुड़िया B पर क्रमशः ₹ 3 और ₹ 5 प्रति गुड़िया का लाभ लेती है, तो अधिकतम लाभ पाने के लिए

- कम्पनी को प्रतिदिन प्रत्येक प्रकार की कितनी गुड़ियाएँ बनानी चाहिए ? 6
- (ख) निम्नलिखित भुगतान आव्यूह के खेल को हल कीजिए : 4

		खिलाड़ी B				
		I	II	III	IV	V
खिलाड़ी A	1	-2	0	0	5	3
	2	3	2	1	2	2
	3	-4	-3	0	-2	6
	4	5	3	-4	2	-6

3. (क) निम्नलिखित LPP की द्वैती सूत्रित कीजिए : 5
अधिकतमीकरण कीजिए :

$$z = 3x_1 - 2x_2$$

जबकि :

$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \geq 6$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$-x_2 \leq -1$$

प्रत्येक द्वैती चर की प्रकृति भी पहचानिए।

- (ख) निम्नलिखित निकाय के सभी आधारों को सुसंगत हल ज्ञात कीजिए : 5

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5$$

4. (क) निम्नलिखित समय-न्यूनतमीकरण समस्या को हल कीजिए : 5

		व्यक्ति			
		1	2	3	4
जॉब	I	18	26	17	11
	II	13	28	14	26
	III	38	19	18	15
	IV	19	26	24	10

- (ख) प्रमुखता नियम का प्रयोग करके निम्नलिखित भुगतान आव्यूह के खेल को हल कीजिए : 5

		खिलाड़ी B		
		I	II	III
खिलाड़ी A	I	-1	-2	8
	II	7	5	-1
	III	6	0	12

5. (क) एक कम्पनी के पास चार कारखाने P_1, P_2, P_3, P_4 हैं जिनमें तीन बाजारों M_1, M_2, M_3 की पूर्ति होती है। अग्रलिखित आँकड़ों के लिए इष्टतम परिवहन अनुसूची प्राप्त कीजिए : 5

		प्लांट				
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	आवश्यकता
मार्किट	M ₁	19	14	23	11	110
	M ₂	15	16	12	21	130
	M ₃	30	25	16	39	190
उपलब्धता		60	100	120	150	430

(ख) निम्नलिखित खेल को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 5

		खिलाड़ी B			
		I	II	III	IV
खिलाड़ी A	I	1	3	-3	7
	II	2	5	4	-6

6. (क) द्विविमीय विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित LPP हल कीजिए : 6

न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$z = 4x_1 + 3x_2$$

जबकि :

$$2x_1 + x_2 \geq 10$$

$$-3x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- (ख) निम्नलिखित परिवहन समस्या को LPP निदर्श के रूप में लिखिए : 4

		गंतव्य				
		I	II	III	IV	पूर्ति
स्रोत	I	5	7	6	4	70
	II	2	8	3	1	50
	III	1	7	4	5	90
माँग		50	40	50	70	

7. (क) निम्नलिखित समुच्चय की अवमुखता की जाँच कीजिए : 4

$$\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : 4x_1 + 3x_2 \leq 6,$$

$$x_1 + x_2 \geq 1, x_1, x_2 \geq 0\}$$

- (ख) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को इसकी द्वैती के रूप में सूत्रित करके हल कीजिए : 6

न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$z = .15x_1 + 10x_2$$

जबकि :

$$3x_1 + 5x_2 \geq 5$$

$$5x_1 + 2x_2 \geq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$