

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination, December, 2016

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I

&

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Instructions :

- (i) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- (ii) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

पी.एच.ई.-04/पी.एच.ई.-05

01824

विज्ञान स्नातक (बी.एस.सी.)

सत्रांत परीक्षा, दिसम्बर, 2016

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

एवं

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

निर्देश :

- (i) जो छात्र पी.एच.ई.-04 और पी.एच.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।
- (ii) जो छात्र पी.एच.ई.-04 या पी.एच.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2016

PHYSICS

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN

PHYSICS-I

Time : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks : 25

Note : Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings.

1. Attempt any *three* parts : 3×4=12

(a) Calculate the volume of a parallelepiped formed by the vectors $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$;

$$\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} \text{ and } \vec{C} = 2\hat{j} + \hat{k}.$$

(b) Construct a unit vector normal to the surface $x^2 + y^2 + 3xyz = 4$ at the point (1, 0, 1).

(c) Define polar and axial vectors. Give one example of each.

(d) The force $\vec{F} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ N acts at a point P(3, 0, 4). Determine the torque about the origin.

(e) (x, y, z) and (u_1, u_2, u_3) are the respective cartesian and curvilinear coordinates of a point which are related by

$$x = 2u_1 - u_2 + 3u_3$$

$$y = u_1 + 2u_2 + 3u_3$$

$$z = u_1 - u_2$$

Calculate g_{ij} for all i and j . Is the system (u_1, u_2, u_3) orthogonal?

2. State Stokes' theorem. Using Stokes' theorem

evaluate the line integral $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l}$, where C is

a circle of radius 3 which is parallel to the

x-y plane at $z = 3$ and $\vec{F} = y\hat{i} + 9x\hat{j} - 3xy\hat{k}$. 1+4

OR

A force $\vec{F} = -2x\hat{i} - 3y\hat{j}$ acts on a particle.

Calculate the work done against the force in taking the particle from the origin to the point

(5, 5) along the path $x = y$.

3. A continuous random variable x such that $0 \leq x \leq \pi$ has the probability distribution function :

$$P(x) = \frac{2}{\pi} \sin^2 x.$$

Calculate the mean $\langle x \rangle$.

3

OR

The probability of surviving in an accident on a highway is 0.7. Calculate the probability that 2 people out of 10 involved in accidents will survive.

3

4. The number of α -particles emitted from a radioactive sample per minute is recorded to be 2016, 1953, 2130, 2511, 1890, 2220 in six samples. Calculate the best value and standard error of the mean.

5

OR

Resistance of a coil is measured as a function of temperature in an experiment. The following data was obtained :

Temperature (T°)	40°	50°	60°	70°	80°
Resistance (R)	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0

Obtain the least square fit

$$R = R_0 + \sigma T \text{ to the data.}$$

5

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2016

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न कीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं ।

1. कोई तीन भाग कीजिए :

$3 \times 4 = 12$

(क) सदिश $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$; $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j}$ और $\vec{C} = 2\hat{j} + \hat{k}$ से बने समान्तर षट्फलक का आयतन परिकलित कीजिए ।

(ख) बिन्दु (1, 0, 1) पर, पृष्ठ $x^2 + y^2 + 3xyz = 4$ के लम्बवत् एकक सदिश प्राप्त कीजिए ।

(ग) ध्रुवीय और अक्षीय सदिशों की परिभाषा दीजिए । दोनों का एक-एक उदाहरण दीजिए ।

(घ) बिन्दु $P(3, 0, 4)$ पर बल $\vec{F} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) N$ लगा है। मूल-बिन्दु के प्रति बल-आघूर्ण परिकलित कीजिए।

(ङ) (x, y, z) और (u_1, u_2, u_3) क्रमशः एक बिन्दु के कार्तीय और वक्ररेखी निर्देशांक हैं। इनके बीच संबंध निम्नलिखित हैं :

$$x = 2u_1 - u_2 + 3u_3$$

$$y = u_1 + 2u_2 + 3u_3$$

$$z = u_1 - u_2$$

सभी i और j के लिए g_{ij} परिकलित कीजिए। क्या निकाय (u_1, u_2, u_3) लांबिक है ?

2. स्टोक्स प्रमेय का कथन बताइए। स्टोक्स प्रमेय का प्रयोग

करते हुए रेखा समाकल $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l}$ का मूल्यांकन कीजिए,

जहाँ $\vec{F} = y\hat{i} + 9x\hat{j} - 3xy\hat{k}$ है और C त्रिज्या 3 वाला

एक वृत्त है जो $z = 3$ पर xy -समतल के समान्तर है। 1+4

अथवा

एक कण पर बल $\vec{F} = -2x\hat{i} - 3y\hat{j}$ लग रहा है। बल

द्वारा कण को पथ $x = y$ के अनुदिश मूल-बिन्दु से बिन्दु

$(5, 5)$ तक ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए। 5

3. एक संतत यादृच्छिक चर x जिसके लिए $0 \leq x \leq \pi$, का प्रायिकता घनत्व फलन निम्नलिखित है :

$$P(x) = \frac{2}{\pi} \sin^2 x.$$

इसका माध्य $\langle x \rangle$ परिकलित कीजिए ।

3

अथवा

राजमार्ग पर एक दुर्घटना में जीवित रहने की प्रायिकता 0.7 है । 10 दुर्घटनाग्रस्त व्यक्तियों में से 2 के जीवित रहने की प्रायिकता परिकलित कीजिए ।

3

4. एक रेडियोएक्टिव प्रतिदर्श से प्रति मिनट उत्सर्जित α -कणों की संख्या छः प्रतिदर्शों में इस प्रकार है : 2016, 1953, 2130, 2511, 1890, 2220. माध्य का श्रेष्ठतम मान और उसकी मानक त्रुटि परिकलित कीजिए ।

5

अथवा

एक प्रयोग में एक कुंडली के प्रतिरोध को तापमान के फलन के रूप में मापा गया और निम्नलिखित आँकड़े पाए गए :

तापमान (T°)	40°	50°	60°	70°	80°
प्रतिरोध (R)	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0

इन आँकड़ों के लिए न्यूनतम वर्ग आसंजन $R = R_0 + \sigma T$ प्राप्त कीजिए ।

5

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2016

PHYSICS

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-IITime : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks : 25

Note : Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. You may use log tables or calculators. Symbols have their usual meanings.

1. Attempt any *three* parts : 3×4=12

(a) Determine which of the following ODEs are exact :

(i) $\cos x \cos^2 y \, dx + 2 \sin x \sin y \cos y \, dy = 0$

(ii) $(2xy^3 + y \cos x) \, dx + (3x^2y^2 + \sin x) \, dy = 0$

(b) Obtain the particular integral of the ODE :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + 2y = 3x$$

(c) Obtain the integrating factor and solve the ODE

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = 3x.$$

(d) Separate the following PDE into two ODEs :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) = 0$$

(e) Classify the following PDEs by way of order and degree, linearity/non-linearity, homogeneity/non-homogeneity :

(i)
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

(ii)
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0$$

2. Expand the square wave $V(x)$ defined by

$$\begin{aligned} V(x) &= 0, & -\pi < x < 0 \\ &= V_0, & 0 < x < \pi \end{aligned}$$

in Fourier series.

Determine the period of the function $\sin \frac{x}{4}$ and show whether the function is even or odd. 4+2

OR

The general solution of a PDE

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \alpha^2 \frac{\partial f}{\partial t} \text{ is given by}$$

$$f(x, t) = (a \cos kx + b \sin kx) \left(A e^{-\frac{k^2}{\alpha^2} t} + B e^{+\frac{k^2}{\alpha^2} t} \right)$$

Determine the particular solution under the conditions :

$$f(x, t) = 0, \quad \text{at } x = 0 \text{ and } x = L$$

$$f(x, t) = F_0, \quad \text{at } t = 0$$

6

3. Determine the singular points of the ODE :

$$x(x-1) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

Obtain the indicial equation and solve it.
Determine the solution of the ODE for one of the roots of the indicial equation, namely, $r = 1$.

7

OR

A source of emf E is connected to an LR circuit.
Establish the differential equation governing the current I in the circuit and solve for the case when $I = I_0$ at $t = 0$.

7

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2016

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट: सभी प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। आप लॉग सारणियों या कैल्कुलेटोर्स का प्रयोग कर सकते हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. कोई तीन भाग कीजिए :

$3 \times 4 = 12$

(क) निर्धारित कीजिए कि निम्नलिखित में से कौन-से साधारण अवकल समीकरण यथातथ हैं :

(i) $\cos x \cos^2 y \, dx + 2 \sin x \sin y \cos y \, dy = 0$

(ii) $(2xy^3 + y \cos x) \, dx + (3x^2y^2 + \sin x) \, dy = 0$

(ख) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण का विशेष समाकल प्राप्त कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + 2y = 3x$$

(ग) साधारण अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = 3x$ के लिए समाकलन गुणक प्राप्त कीजिए और उसको हल कीजिए ।

(घ) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को दो साधारण अवकल समीकरणों में समानीत कीजिए :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) = 0$$

(ङ) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरणों को कोटि और घात, रैखिकता/अरैखिकता, समघातता/असमघातता के अनुसार वर्गीकृत कीजिए :

$$(i) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

$$(ii) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0$$

2. एक वर्ग तरंग $V(x)$ निम्नलिखित रूप से परिभाषित है :

$$V(x) = 0, \quad -\pi < x < 0 \text{ के लिए}$$

$$= V_0, \quad 0 < x < \pi \text{ के लिए}$$

इसका फूरिए श्रेणी प्रसार प्राप्त कीजिए ।

फलन $\sin \frac{x}{4}$ का आवर्तकाल निर्धारित कीजिए और दिखाइए

कि फलन सम है या विषम ।

4+2

अथवा

एक आंशिक अवकल समीकरण

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \alpha^2 \frac{\partial f}{\partial t}$ का व्यापक हल निम्नलिखित है :

$$f(x, t) = (a \cos kx + b \sin kx) \left(A e^{-\frac{k^2}{\alpha^2} t} + B e^{+\frac{k^2}{\alpha^2} t} \right)$$

निम्नलिखित प्रतिबंधों के अन्तर्गत इसका विशेष हल निर्धारित कीजिए :

$$f(x, t) = 0, \quad x = 0 \quad \text{और} \quad x = L \text{ पर}$$

$$f(x, t) = F_0, \quad t = 0 \quad \text{पर}$$

6

3. निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के विचित्र बिंदु निर्धारित कीजिए :

$$x(x-1) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

इसका घातांकी समीकरण प्राप्त कीजिए और उसको हल कीजिए। घातांकी समीकरण के एक मूल, $r = 1$, के लिए, साधारण अवकल समीकरण का हल निर्धारित कीजिए।

7

अथवा

वि.वा.बल (emf) के एक स्रोत E को एक श्रेणी LR परिपथ में लगाया गया है। परिपथ में धारा I के लिए अवकल समीकरण स्थापित कीजिए और उसका हल प्राप्त कीजिए जब $t = 0$ पर $I = I_0$ है।

7