

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

02034

December, 2016

**ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS
MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING**

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

(Weightage : 70%)

Note : *Question no. 1 is compulsory. Attempt any four questions out of questions no. 2 to 7. Use of calculators is not allowed.*

1. Which of the following statements are *True* and which are *False* ? Give reasons for your answers. 10
- (a) Assignment problem is a special structure of Linear Programming Problem.
 - (b) A hyperplane is a convex set.
 - (c) A game in which maximax value for the maximizing player is equal to the minimin value for the minimizing player, is called a game with a saddle point.
 - (d) If the primal LPP is unbounded, then the dual LPP is bounded.
 - (e) Two-phase simplex method can be used to solve the system of linear equations.

2. (a) Two firms are competing for business under the condition that one firm's gain is another firm's loss. Firm A's pay-off matrix is given below :

		Firm B (Advertising)		
		No	Medium	Heavy
Firm A	No Advertising	10	5	- 2
	Medium Advertising	13	12	15
	Heavy Advertising	16	14	10

Suggest optimal strategies for the two firms and the net outcome thereof.

5

- (b) Solve the following LPP graphically :

5

Minimize $z = 5x_1 + 8x_2$

subject to

$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \geq 2$$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

3. (a) Solve the following LPP by simplex method :

5

Maximize $z = 50x_1 + 70x_2$

subject to

$$120x_1 + 120x_2 \leq 8400$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 100$$

$$2x_1 + x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

- (b) Write the mathematical model of the following assignment problem :

5

Man ↓	Job →			
	I	II	III	IV
A	5	3	2	8
B	7	9	2	6
C	6	4	5	7
D	5	7	7	8

4. (a) A dairy firm has two milk plants with daily milk production of 6 thousand litres and 9 thousand litres, respectively. Each day the firm must fulfil the needs of its three distribution centres which have milk requirements of 7, 5 and 3 thousand litres, respectively. Cost of shipping one thousand litres of milk from each plant to each distribution centre is given (in hundreds of rupees) below. Formulate the LPP model to minimize the transportation cost.

5

		Distribution Centres			
		1	2	3	Supply
Plants	1	2	3	11	6
	2	1	9	6	9
Demand		7	5	3	

- (b) Solve the following LP problem by simplex method :

5

Maximize $z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4$

subject to

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 20$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$$

5. (a) Check whether the vectors

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ and } \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} -7 \\ 13 \\ 4 \end{bmatrix}$$

are linearly dependent. If so, find a relation between them.

4

- (b) A company has three factories F_1 , F_2 and F_3 which supply to three warehouses W_1 , W_2 and W_3 . Weekly factory capacities are 200, 160 and 90 units, respectively. Weekly warehouse requirements are 180, 120 and 150 units, respectively. Unit shipping costs (in ₹) are as follows :

		Warehouse			Supply
		W_1	W_2	W_3	
Factory	F_1	16	20	12	200
	F_2	14	8	18	160
	F_3	26	24	16	90
	Demand	180	120	150	450

Determine the optimal distribution for this company to minimize total shipping cost. 6

6. (a) Obtain the dual of the following LPP : 4

$$\text{Maximize } z = 4x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5$$

subject to

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 2$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 - 9x_5 = 6$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0, x_5 \text{ unrestricted.}$$

- (b) Use graphical method to solve the following game and find the value of the game : 6

		Player B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
Player A	A_1	2	2	3	-2
	A_2	4	3	2	6

7. (a) A company has one surplus truck in each of the cities A, B, C, D and E and one deficit truck in each of the cities 1, 2, 3, 4, 5 and 6. The distance between the cities in km is shown in the matrix below. Find the assignment of trucks from cities in surplus to cities in deficit so that the total distance covered by the vehicles is minimum.

6

	1	2	3	4	5	6
A	12	10	15	22	18	8
B	10	18	25	15	16	12
C	11	10	3	8	5	9
D	6	14	10	13	13	12
E	8	12	11	7	13	10

- (b) Find the range of values of p and q which will render the entry $(2, 2)$ a saddle point for the game.

4

		Player B		
		B_1	B_2	B_3
Player A	A_1	2	4	5
	A_2	10	7	q
	A_3	4	p	6

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2016

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का : 70%)

नोट : प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है । प्रश्न सं. 2 से 7 में से कोई चार प्रश्न कीजिए । कैल्कुलेटर्स के प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य? अपने उत्तरों के कारण दीजिए । 10
- (क) नियतन समस्या, रैखिक प्रोग्रामन समस्या की एक विशिष्ट संरचना है ।
- (ख) ऊनविम समतल एक अवमुख समुच्चय होता है ।
- (ग) वह खेल, जिसमें अधिकतमकारी खिलाड़ी का महामहिष्ठ मान न्यूनतमकारी खिलाड़ी के अल्पाल्पिष्ठ मान के बराबर होता है, एक पल्याण बिंदु वाला खेल होता है ।
- (घ) यदि आद्य रैखिक प्रोग्रामन समस्या अपरिबद्ध है, तो द्वैती रैखिक प्रोग्रामन समस्या परिबद्ध होगी ।
- (ङ) रैखिक समीकरण निकाय द्वि-चरण एकधा विधि द्वारा हल किया जा सकता है ।

2. (क) दो फर्म व्यापार में इस शर्त के साथ प्रतिस्पर्धा करती हैं कि एक फर्म का लाभ दूसरी फर्म की हानि होगी। फर्म A का भुगतान आव्यूह नीचे दिया गया है :

		फर्म B (विज्ञापन)		
		नहीं	मध्यम	भारी
फर्म A	विज्ञापन नहीं	10	5	- 2
	मध्यम विज्ञापन	13	12	15
	भारी विज्ञापन	16	14	10

दोनों फर्मों के लिए इष्टतम युक्तियाँ सुझाइए और इसका कुल मान निकालिए।

5

- (ख) ग्राफीय विधि द्वारा निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या हल कीजिए :

5

$z = 5x_1 + 8x_2$ का न्यूनतमीकरण कीजिए

जबकि

$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \geq 2$$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

3. (क) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को एकधा विधि से हल कीजिए :

5

$z = 50x_1 + 70x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$$120x_1 + 120x_2 \leq 8400$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 100$$

$$2x_1 + x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

(ख) निम्नलिखित नियतन समस्या का गणितीय निदर्श लिखिए :

5

जॉब → आदमी ↓	I	II	III	IV
A	5	3	2	8
B	7	9	2	6
C	6	4	5	7
D	5	7	7	8

4. (क) एक डेरी फर्म के दो दूध संयंत्र हैं जिनका प्रतिदिन दूध उत्पादन क्रमशः 6 हजार लीटर और 9 हजार लीटर है। प्रतिदिन फर्म को अपने तीन वितरण केंद्रों की आवश्यकता पूरी करनी होती है। यह आवश्यकता क्रमशः 7, 5 और 3 हजार लीटर प्रतिदिन है। प्रत्येक संयंत्र से प्रत्येक वितरण केंद्र तक 1 हजार लीटर दूध की परिवहन लागत (रुपए सैकड़ों में) नीचे दी गई है। परिवहन लागत के न्यूनतमीकरण को एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या निदर्श में सूत्रित कीजिए।

5

वितरण केंद्र

		1	2	3	पूर्ति
संयंत्र	1	2	3	11	6
	2	1	9	6	9
माँग		7	5	3	

(ख) एकधा विधि द्वारा निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

5

$z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 20$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$$

5. (क) जाँच कीजिए कि सदिश

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ और } \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} -7 \\ 13 \\ 4 \end{bmatrix}$$

रैखिकतः अस्वतंत्र (एकघाततः परतंत्र) हैं या नहीं। यदि हैं, तो इनके बीच सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।

4

- (ख) एक कम्पनी के तीन कारखाने F_1, F_2 और F_3 हैं जो कि तीन गोदामों W_1, W_2 और W_3 की माँगों की पूर्ति करते हैं। कारखानों की साप्ताहिक क्षमताएँ क्रमशः 200, 160 और 90 इकाइयाँ हैं। गोदामों की साप्ताहिक आवश्यकताएँ क्रमशः 180, 120 और 150 इकाइयाँ हैं। परिवहन लागत (₹ में) प्रति इकाई निम्नलिखित हैं :

गोदाम

	W_1	W_2	W_3	पूर्ति
F_1	16	20	12	200
F_2	14	8	18	160
F_3	26	24	16	90
माँग	180	120	150	450

कुल परिवहन लागत के न्यूनतमीकरण के लिए, इस कम्पनी का इष्टतम बंटन निर्धारित कीजिए।

6

6. (क) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या की द्वैती प्राप्त कीजिए :

4

$z = 4x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5$ का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 2$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 - 9x_5 = 6$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0, x_5 \text{ अप्रतिबंधित है।}$$

- (ख) ग्राफीय विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित खेल हल कीजिए और खेल का मान ज्ञात कीजिए :

6

		खिलाड़ी B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
खिलाड़ी A	A_1	2	2	3	-2
	A_2	4	3	2	6

7. (क) एक कम्पनी के पास प्रत्येक शहर A, B, C, D और E में एक-एक ट्रक अतिरिक्त है और प्रत्येक शहर 1, 2, 3, 4, 5 और 6 में एक-एक ट्रक का अभाव है। इन शहरों के बीच की दूरी नीचे दिए गए आव्यूह में किमी में दिखाई गई है। अतिरिक्त ट्रक वाले शहरों से अभाव ट्रक वाले शहरों में ट्रकों का वह नियतन ज्ञात कीजिए जिससे कि वाहनों द्वारा तय की गई कुल दूरी न्यूनतम हो।

6

	1	2	3	4	5	6
A	12	10	15	22	18	8
B	10	18	25	15	16	12
C	11	10	3	8	5	9
D	6	14	10	13	13	12
E	8	12	11	7	13	10

- (ख) p और q के मानों की वह सीमा ज्ञात कीजिए जिससे कि खेल की प्रविष्टि $(2, 2)$ पत्याण बिंदु हो जाए।

4

खिलाड़ी B

		B_1	B_2	B_3
खिलाड़ी A	A_1	2	4	5
	A_2	10	7	q
	A_3	4	p	6