

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME  
(BDP)**

**Term-End Examination**

**December, 2016**

00657

**ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS  
MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS**

*Time : 2 hours*

*Maximum Marks : 50*

*(Weightage 70%)*

**Note :** Question no. 7 is **compulsory**. Attempt any **four** questions from the remaining questions no. 1 to 6. Use of calculators is **not** allowed.

1. (a) Given the function  $f(x) = x^2 + 3x + 5$  such that  $f : [1, 2] \rightarrow [5, 15]$ .

Check whether  $f(x)$  is

(i) One-one,

(ii) Onto. 3

(b) Evaluate : 3

$$\int_0^1 \frac{\sin^{-1} x \, dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

(c) In a shooting competition, a shooter can score a ball 4 times out of 5. If he is given 3 shots what are his chances of scoring a ball

(i) exactly once,

(ii) at least twice ? 4

2. (a) The following table gives the distribution of 100 families according to their expenditure per week. The median of the distribution is 24. Find the frequencies  $f_1$  and  $f_2$ .

4

Expenditure (in thousands of ₹)	No. of families
0 - 10	14
10 - 20	$f_1$
20 - 30	27
30 - 40	$f_2$
40 - 50	15

- (b) Let  $z = ax^2 + 2hxy + by^2$ , where  $a$ ,  $b$  and  $h$  are constants. Check whether  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ .

2

- (c) Obtain the equation of the sphere having centre on the line  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-5}$  and passing through the points  $(0, -2, -4)$  and  $(2, -1, -1)$ .

4

3. (a) Divide 30 into two numbers  $x$  and  $y$  such that the product  $x^2y$  is maximum.

3

- (b) Solve :

3

$$(xy^2 + x) dx + (yx^2 + y) dy = 0$$

- (c) Obtain the regression line of  $y$  on  $x$  from the following data :

4

x	2	3	4	5	6
y	0.5	1.5	1.2	1.5	2.0

4. (a) The position vectors of two points A and B are  $\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$  and  $2\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$ , respectively. Find the direction cosines of the vector  $\mathbf{AB}$ . 2

- (b) The marks in a seminar scored by 6 students in a competition are given below :

7, 5, 8, 4, 3 and 6

Test at 5% level of significance whether the average score is more than 5.

[Given :  $t(0.05, 5) = 2.02$ ,  $t(0.05, 6) = 1.94$ ] 5

- (c) Find the sum

$$\left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{n-2}} \right] + \frac{1}{2 \times 3^{n-1}}. \quad 3$$

5. (a) The balls contained in 3 urns are as follows :

Urn 1 - 6 Red 4 White

Urn 2 - 4 Red 6 White

Urn 3 - 3 Red 7 White

An urn is chosen randomly and a ball is drawn from it which was found to be red.

Which urn is most likely to be selected? 5

- (b) Find  $\frac{dy}{dx}$  when  $y = 4 \sin^4 t$ ,  $x = 4 \cos^4 t$ . 2

- (c) The fourth and eleventh terms of an AP are 1 and 15, respectively. Obtain the  $n^{\text{th}}$  term of the AP. 3

6. (a) A continuous random variable X has the PDF as

$$f(x) = kx(6 - x^2); 0 \leq x \leq 2 \\ = 0, \quad \text{otherwise.}$$

Find : 4

- (i) The value of k
- (ii) Mean of X
- (iii) Variance of X

- (b) If  $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$ , find x. 3

- (c) Find the equation of the tangent to the curve  $y(x-2)(x-3) - x + 7 = 0$  at the point where it cuts x-axis. 3

7. State whether the following statements are *true* or *false*, giving reasons in support of your answers. 5×2=10

- (a) Given the regression lines  $x + 2y = 5$  and  $2x + 3y = 8$ , the mean of y is 2.
- (b) If two dice are thrown simultaneously, then the probability of getting same numbers on both the dice is  $\frac{1}{5}$ .
- (c) The asymptote of the curve  $(x^2 + y^2)x - ay^2 = 0$  ( $a > 0$ ) parallel to y-axis is  $x + a = 0$ .
- (d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{7x+5} = \frac{2}{7}$ .
- (e) A(3, 1), B(9, 7) and C(-3, 7) are the vertices of a right-angled triangle.

स्नातक उपाधि कार्यक्रम  
(बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2016

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का 70%)

नोट: प्रश्न सं. 7 अनिवार्य है। शेष प्रश्न सं. 1 से 6 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर्स के प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (क)  $f(x) = x^2 + 3x + 5$  द्वारा परिभाषित फलन  
 $f: [1, 2] \rightarrow [5, 15]$  दिया गया है।

जाँच कीजिए कि क्या  $f(x)$

(i) एकैकी है,

(ii) आच्छादी है।

3

(ख) मूल्यांकन कीजिए :

3

$$\int_0^1 \frac{\sin^{-1} x \, dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

(ग) एक गोलीबारी प्रतियोगिता में, एक गोली चलाने वाला 5 में से 4 बार गेंद प्राप्त कर सकता है। यदि उसे 3 शॉट दिए जाएँ तो उसके (i) ठीक एक बार, (ii) कम-से-कम दो बार, गेंद प्राप्त करने की संभावना क्या होगी ?

4

2. (क) नीचे दी गई तालिका में 100 परिवारों का प्रत्येक सप्ताह में उनके खर्चे के अनुसार बंटन दिया गया है। बंटन की माध्यिका 24 है। बारंबारताएँ  $f_1$  और  $f_2$  प्राप्त कीजिए।

खर्चा (हजारों ₹ में)	परिवारों की संख्या
0 - 10	14
10 - 20	$f_1$
20 - 30	27
30 - 40	$f_2$
40 - 50	15

- (ख) मान लीजिए  $z = ax^2 + 2hxy + by^2$ , जहाँ  $a, b$  और  $h$

अचर हैं। जाँच कीजिए कि क्या  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ ।

- (ग) एक गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र रेखा

$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-5}$  पर स्थित हो और जो बिंदुओं  $(0, -2, -4)$  और  $(2, -1, -1)$  से होकर गुजरता हो।

3. (क) संख्या 30 को दो संख्याओं  $x$  और  $y$  में विभाजित कीजिए जिससे कि गुणनफल  $x^2y$  अधिकतम हो।

- (ख) हल कीजिए :

$$(xy^2 + x) dx + (yx^2 + y) dy = 0$$

- (ग) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए  $x$  पर  $y$  की समाश्रयण रेखा ज्ञात कीजिए :

x	2	3	4	5	6
y	0.5	1.5	1.2	1.5	2.0

4. (क) दो बिंदुओं A और B के स्थिति सदिश क्रमशः  $i + 3j + 4k$  और  $2i + 5j + 7k$  हैं। सदिश AB की दिक्कोज्याएँ ज्ञात कीजिए। 2

(ख) एक प्रतियोगिता में एक सेमिनार में 6 छात्रों द्वारा प्राप्त अंक निम्नलिखित हैं :

7, 5, 8, 4, 3 और 6

5% सार्थकता स्तर पर जाँच कीजिए कि क्या औसत प्राप्त अंक 5 से अधिक है।

[ दिए गए हैं :  $t(0.05, 5) = 2.02$ ,  $t(0.05, 6) = 1.94$  ] 5

(ग)  $\left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{n-2}} \right] + \frac{1}{2 \times 3^{n-1}}$  का योगफल प्राप्त कीजिए। 3

5. (क) 3 कलशों में गेंदें निम्नलिखित प्रकार से हैं :

कलश 1 - 6 लाल 4 सफ़ेद

कलश 2 - 4 लाल 6 सफ़ेद

कलश 3 - 3 लाल 7 सफ़ेद

एक कलश यादृच्छया चुना गया और उसमें से एक गेंद निकाली गई जो कि लाल रंग की थी। किस कलश के चुने जाने की संभावना सबसे अधिक है ? 5

(ख) यदि  $y = 4 \sin^4 t$ ,  $x = 4 \cos^4 t$  हो, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए। 2

(ग) एक समांतर श्रेढी का चौथा और ग्यारहवाँ पद क्रमशः 1 और 15 है। समांतर श्रेढी का  $n$ वाँ पद ज्ञात कीजिए। 3

6. (क) एक संतत यादृच्छिक चर  $X$  का प्रायिकता बंटन फलन यह है

$$f(x) = kx(6 - x^2); 0 \leq x \leq 2$$

$$= 0, \text{ अन्यथा।}$$

ज्ञात कीजिए : 4

- (i)  $k$  का मान  
(ii)  $X$  का माध्य  
(iii)  $X$  का प्रसरण

(ख) यदि  $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$ , तो  $x$  ज्ञात कीजिए। 3

(ग) जिस बिंदु पर वक्र

$$y(x-2)(x-3) - x + 7 = 0$$

$x$ -अक्ष को काटता है उस बिंदु पर वक्र की स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। 3

7. अपने उत्तर के पक्ष में कारण देते हुए बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य हैं। 5 \times 2 = 10

(क) समाश्रयण रेखाएँ  $x + 2y = 5$  और  $2x + 3y = 8$  दी गई हों, तो  $y$  का माध्य 2 होगा।

(ख) यदि दो पासे एक साथ फेंके जाएँ, तो दोनों पासों पर एक ही संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता  $\frac{1}{5}$  है।

(ग) वक्र  $(x^2 + y^2)x - ay^2 = 0$  ( $a > 0$ ) का  $y$ -अक्ष के समांतर अनंतस्पर्शी  $x + a = 0$  है।

(घ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{7x+5} = \frac{2}{7}$ .

(ङ)  $A(3, 1)$ ,  $B(9, 7)$  और  $C(-3, 7)$  एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।