

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2016

01477

(APPLICATION ORIENTED COURSE)

AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

(Weightage : 70%)

Note : *Question no. 1 is compulsory. Answer any four questions out of questions no. 2 to 7. Calculators are not allowed.*

1. Which of the following statements are *True* and which are *False* ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer. $5 \times 2 = 10$
- (a) In an integer LPP, a bound obtained by the branch and bound procedure is associated with a feasible point of the integer problem.
- (b) The total number of possible sequences for processing 5 jobs on 3 machines is 5^3 .
- (c) In a two-dimensional LP solution, the objective function can assume the same values at two or more distinct extreme points.

- (d) $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 1$ is a basic feasible solution for the system of equations $x_1 + x_2 + x_3 = 4, 2x_1 + x_2 + x_3 = 5$.
- (e) For a queuing model M/M/2, the expected number of customers are determined by λ/μ where λ and μ denote the arrival and service rates, respectively.

2. (a) A project consists of eight activities with the following relevant information :

Activity	A	B	C	D	E	F	G	H
Immediate Predecessor	-	-	-	A	B	C	D, E	F, G
Optimistic time	3	9	6	8	8	0	5	8
Most likely time	3	6	4	6	6	0	4	5
Pessimistic time	3	3	2	4	4	0	3	2

Draw the PERT network. Compute the slack for each activity and determine the critical path.

6

- (b) Obtain the dual of the following LPP :

$$\text{Minimize } z = 2x_1 + 3x_2$$

subject to

$$x_1 + x_2 = 6$$

$$2x_1 + x_2 \geq 7$$

$$x_1 + 4x_2 \geq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Your dual must contain one unrestricted variable.

4

3. (a) Use the dual simplex method to solve the following LPP :

Minimize $z = 2x_1 + x_2$

subject to

$$3x_1 + x_2 \geq 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

6

- (b) A book-binder has one printing press, one binding machine and seven books for processing on these machines. The time required for printing and binding operations for different books are shown below :

Book	1	2	3	4	5	6	7
Printing time (Days)	20	90	80	20	120	15	65
Binding time (Days)	25	60	75	30	90	35	50

Find the optimum sequence of processing of books in order to minimize the total time required to process all the books. Also, write the other optimum sequences, if they exist.

4

4. (a) A firm assembles and sells two different types of outboard motors, A and B, using four resources. The Production Process is described as follows :

<i>S.No.</i>	<i>Resources</i>	<i>Capacity per month</i>
1.	Motor unit shop resource	400 type A units or 250 type B units
2.	Type A gear and drive shop resource	175 type A units
3.	Type B gear and drive shop resource	225 type B units
4.	Final assembly resource	200 type A units or 350 type B units

Type A units bring in a profit of ₹ 90 each and type B, units, ₹ 60 each. What should be the optimum product mix ?

6

- (b) The average rate of arrivals at a service center is 30 per hour. At present, there is one cashier who on an average attends to 45 customers per hour. The center proprietor estimates that each extra minute of system process time per customer means a loss of ₹ 0.50. An assistant can be provided to the cashier and in that case the service unit can deal with 75 customers per hour. The wage rate of the assistant is ₹ 15 per hour. Is it worth employing an assistant ? Give reasons.

4

5. (a) Find the initial basic feasible solution of the following transportation problem using VAM method :

		Destination				Supply
		D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	
Origin	O ₁	50	60	100	50	20000
	O ₂	80	40	70	50	38000
	O ₃	90	70	30	50	16000
Demand		10000	18000	22000	24000	
(in units)						

Also, check the optimality of the solution obtained.

5

- (b) A particular item has demand of 3000 units per year. The cost of procurement is ₹ 100 and the holding cost per unit is ₹ 2.40 per year. The replacement is instantaneous and no shortages are allowed. Determine :

5

- (i) The economic lot size
- (ii) The number of orders per year
- (iii) The time between orders

6. (a) Solve the following integer programming problem using branch and bound method :

$$\text{Minimize } z = 3x_1 + 2.5x_2$$

subject to

$$x_1 + 2x_2 \geq 20$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 50$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ and integers.}$$

5

- (b) Three Customs officers separately check the luggage of the passengers at an airport. The passengers arrive at an average rate of five per hour. The time a Customs officer spends with a passenger is exponentially distributed, with mean service time 24 minutes. Find the probability that all the Customs officers are idle. Also, find the probability that there are exactly 2 customers in the queue. 5

7. (a) A company manufactures 30 items per day. The sale of these items depends upon the demand which has the following distribution :

Sale (units)	27	28	29	30	31	32
Probability	0.10	0.15	0.20	0.35	0.15	0.05

Using the following random numbers, estimate the shortage/surplus of items per day for the next 10 days :

5, 23, 44, 69, 37, 28, 51, 88, 13, 35 5

- (b) Solve the following assignment problem : 5

		Machines				
		M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
	J_1	16	13	17	19	20
	J_2	14	12	13	16	17
Jobs	J_3	14	11	12	17	18
	J_4	5	5	8	8	11
	J_5	5	3	8	8	10

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2016

(व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)

ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का : 70%)

नोट: प्रश्न संख्या 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न संख्या 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर्स का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए। 5×2=10
- (क) एक पूर्णांक LPP में, शाखा और परिबंध कलन विधि द्वारा प्राप्त परिबंध पूर्णांक समस्या के सुसंगत बिंदु के साथ जुड़ा होता है।
- (ख) 3 मशीनों पर 5 जॉबों के प्रक्रम के लिए सम्भावित अनुक्रमों की कुल संख्या 5^3 है।
- (ग) एक द्वि-विमीय LP हल में, उद्देश्य फलन के दो या अधिक विभिन्न चरम बिन्दुओं पर समान मान हो सकते हैं।

(घ) समीकरण निकाय

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

का एक आधारी सुसंगत हल $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 1$ है।

(ङ) एक पंक्ति निदर्श $M/M/2$ के लिए, ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या λ/μ द्वारा निर्धारित की जाती है जहाँ λ और μ क्रमशः आगमन और सेवा दर को निरूपित करते हैं।

2. (क) एक परियोजना में निम्नलिखित संबंधित सूचना वाली आठ गतिविधियाँ हैं :

गतिविधि :	A	B	C	D	E	F	G	H
निकटतम पूर्ववर्ती	-	-	-	A	B	C	D, E	F, G
आशावादी समय	3	9	6	8	8	0	5	8
अति संभावित समय	3	6	4	6	6	0	4	5
निराशावादी समय	3	3	2	4	4	0	3	2

PERT नेटवर्क आरेखित कीजिए। प्रत्येक गतिविधि के लिए शैथिल्य परिकलित कीजिए और क्रांतिक पथ ज्ञात कीजिए।

6

(ख) निम्नलिखित LPP की द्वैती प्राप्त कीजिए :

$$z = 2x_1 + 3x_2 \text{ का न्यूनतमीकरण कीजिए}$$

जबकि

$$x_1 + x_2 = 6$$

$$2x_1 + x_2 \geq 7$$

$$x_1 + 4x_2 \geq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

आपकी द्वैती में एक अप्रतिबंधित चर होना आवश्यक है।

4

3. (क) निम्नलिखित LPP को द्वैती-एकधा विधि से हल कीजिए :

$$z = 2x_1 + x_2 \text{ का न्यूनतमीकरण कीजिए}$$

जबकि

$$3x_1 + x_2 \geq 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

6

(ख) एक जिल्दसाज़ के पास एक प्रिंटिंग प्रेस, एक जिल्द चढ़ाने वाली मशीन और इन मशीनों पर प्रक्रम के लिए सात किताबें हैं । अलग-अलग पुस्तकों की प्रिंटिंग (मुद्रण) और जिल्द चढ़ाने संबंधी संक्रियाओं के लिए अपेक्षित समय नीचे दिया गया है :

पुस्तक	1	2	3	4	5	6	7
मुद्रण समय (दिनों में)	20	90	80	20	120	15	65
जिल्द चढ़ाने में समय (दिनों में)	25	60	75	30	90	35	50

सभी किताबों के प्रक्रम में लगे कुल अपेक्षित समय को न्यूनतम करने के लिए जाँबों के प्रक्रम का इष्टतम अनुक्रम ज्ञात कीजिए । अनन्य इष्टतम अनुक्रम, यदि उनका अस्तित्व हो, तो लिखिए ।

4

4. (क) एक फर्म चार संसाधनों का प्रयोग करके दो विभिन्न प्रकार की जहाज के बाहर की मोटरें A और B बनाती है और बेचती है। निर्माण प्रक्रम का वर्णन निम्नलिखित है :

क्रमांक सं.	संसाधन	क्षमता प्रति माह
1.	मोटर इकाई दुकान संसाधन	A प्रकार की 400 इकाइयाँ या B प्रकार की 250 इकाइयाँ
2.	A प्रकार का गियर और ड्राइव दुकान संसाधन	A प्रकार की 175 इकाइयाँ
3.	B प्रकार का गियर और ड्राइव दुकान संसाधन	B प्रकार की 225 इकाइयाँ
4.	अंतिम जोड़ने वाला संसाधन	A प्रकार की 200 इकाइयाँ या B प्रकार की 350 इकाइयाँ

A प्रकार की प्रत्येक इकाई से ₹ 90 का लाभ और B प्रकार की प्रत्येक इकाई से ₹ 60 का लाभ होता है। इष्टतम उत्पाद मिश्र क्या होना चाहिए ?

6

- (ख) एक सेवा केन्द्र पर आगमन की औसत दर 30 ग्राहक प्रति घंटा है। वर्तमान में यहाँ एक खजांची है जो कि औसतन 45 ग्राहक प्रति घंटा की दर से सेवा करता है। केंद्र का मालिक आकलित करता है कि प्रति ग्राहक प्रणाली प्रक्रम समय के प्रत्येक अतिरिक्त मिनट का मतलब ₹ 0.50 की हानि है। खजांची को एक सहायक प्रदान किया जा सकता है और इस स्थिति में सेवा इकाई प्रति घंटा 75 ग्राहकों की सेवा कर सकेगी। सहायक की वेतन दर ₹ 15 प्रति घंटा है। क्या एक सहायक की नियुक्ति सही है? कारण दीजिए।

4

5. (क) VAM विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए :

		गंतव्य				
		D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	आपूर्ति
स्रोत	O ₁	50	60	100	50	20000
	O ₂	80	40	70	50	38000
	O ₃	90	70	30	50	16000
माँग		10000	18000	22000	24000	

(इकाइयों में)

प्राप्त किए गए हल की इष्टतमता की जाँच भी कीजिए ।

5

- (ख) एक विशेष वस्तु की माँग प्रति वर्ष 3000 इकाइयाँ हैं । एक बार की प्राप्ति की लागत ₹ 100 है और प्रति इकाई की धारण लागत प्रति वर्ष ₹ 2.40 है । पुनः पूर्ति तुरंत होती है और वस्तु-कमियों की अनुमति नहीं है । इस प्रकार निर्धारित कीजिए :

5

- आर्थिक ऑर्डर मात्रा
- प्रति वर्ष ऑर्डरों की संख्या
- ऑर्डरों के बीच का समय

6. (क) शाखा और परिवन्ध-कलन विधि से निम्नलिखित पूर्णांक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

$$z = 3x_1 + 2.5x_2 \text{ का न्यूनतमीकरण कीजिए}$$

जबकि

$$x_1 + 2x_2 \geq 20$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 50$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ और पूर्णांक हैं ।}$$

5

(ख) एक एयरपोर्ट पर तीन कस्टम अधिकारी यात्रियों के सामान की अलग-अलग जाँच करते हैं। यात्री प्रति घंटे पाँच की औसत दर से पहुँचते हैं। एक यात्री के सामान की जाँच करने में एक कस्टम अधिकारी द्वारा लिए गए समय का बंटन चरघातांकीय है जिसका माध्य सेवा-काल 24 मिनट है। सभी कस्टम अधिकारियों के निष्क्रिय रहने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। पंक्ति में ठीक 2 ग्राहक हैं, इसकी प्रायिकता भी ज्ञात कीजिए।

5

7. (क) एक कम्पनी प्रतिदिन 30 उत्पाद बनाती है। इन उत्पादों की बिक्री माँग पर निर्भर करती है जिसकी माँग का बंटन निम्नलिखित है :

बिक्री (इकाई)	27	28	29	30	31	32
प्रायिकता	0.10	0.15	0.20	0.35	0.15	0.05

निम्नलिखित यादृच्छिक संख्याओं का प्रयोग करके, अगले 10 दिनों के लिए उत्पादों की प्रतिदिन कमी/अधिकता का आकलन कीजिए :

5, 23, 44, 69, 37, 28, 51, 88, 13, 35

5

(ख) निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिए :

5

मशीनें

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
J_1	16	13	17	19	20
J_2	14	12	13	16	17
जाँब J_3	14	11	12	17	18
J_4	5	5	8	8	11
J_5	5	3	8	8	10