No. of Printed Pages : **15**

PHE-04

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2012

PHYSICS

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I

Time : 1½ hours *Maximum Marks : 25*

B.Sc. EXAMINATION,

PHE-4 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I

&

PHE-5 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Instructions :

1. *Students registered for both* **PHE-4** *&* **PHE-5** *courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
2. *Students who have registered for* **PHE-4** *or* **PHE-5** *should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

Note : *Attempt* ***all*** *questions. The marks for each question are given against it. Symbols have their usual meanings. You* ***may use*** *log tables.*

---

1. *Attempt any three parts :* **4x3=12**

(a) Determine the vector $\vec{A}$ perpendicular to the vectors $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ and

$$\vec{C} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}.$$

(b) Show that

$$(\vec{A} \times \vec{B}) . (\vec{A} \times \vec{B}) = A^2 B^2 - (\vec{A} \cdot \vec{B})^2.$$

(c) Determine the directional derivative of the scalar field $f = x^2 + yz$ at the point (1, 2, 2) in the direction of the unit vector

$$\hat{A} = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}\right).$$

(d) The position vector $\vec{r}$ of a particle moving on a curve is given by

$\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 4t\hat{j} + 2\hat{k}$. Determine the angular momentum of the particle about the origin.

(e) Spherical polar coordinates $u_1 = r$, $u_2 = \theta$, $u_3 = \phi$ are related to the cartesian coordinates x, y and z as follows :

$x = r \sin\theta \cos\phi$

$y = r \sin\theta \sin\phi$

$z = r \cos\theta.$

Calculate g_{12}, g_{13} and g_{23} to show that the spherical coordinate system is orthogonal.

2. Calculate the work done in going from (1, 1) to (3, 3) along the path $x = y$ by the force **5**

$$\vec{F} = (x - y)\,\hat{i} + (x + y)\,\hat{j}\,.$$

OR

Using Stokes' theorem show that if the work done by a force along a closed path is zero, the curl of the force field is zero. **5**

3. The probability of surviving an attack of dengue is 0.2. What is the probability that at least one person out of 10 suffering from dengue will survive ? **3**

OR

A continuous random variable X lying between o and ∞ has the probability distribution $P(x) = e^{-x}$ Obtain $\langle x^2 \rangle$. **3**

4. The resistance of a coil is measured as a function of temperature and is given by **5**

T (°C) =	40	50	60	70	80
R (Ω) =	6	7	8	9	10

Obtain $R = a + b^T$ for the best fit.

OR

Derive the expression for the mean of a random variable with a Poisson distribution : **5**

$$P(x\,;\,m) = \frac{e^{-m}\, m^x}{x!}$$

विज्ञान स्नातक (बी.एससी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2012

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.–04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ–I

समय : 1½ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

बी.एससी. परीक्षा,

पी.एच.ई–4 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ–I

एवं

पी.एच.ई–5 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ–II

निर्देश :

1. *जो छात्र **पी.एच.ई.–4** और **पी.एच.ई.–5** दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्नपत्रों के उत्तर अलग–अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ–साफ लिखकर दें।*
2. *जो छात्र **पी.एच.ई.–4** या **पी.एच.ई.–5** किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्नपत्र के उत्तर, उत्तर–पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ–साफ लिखकर दें।*

नोट : ***सभी*** *प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। आप लॉग सारणियों का **प्रयोग कर सकते** हैं।*

---

1. कोई ***तीन*** भाग करें : **4x3=12**

(a) संदिश $\vec{A}$ ज्ञात करें जो सदिश

$\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ और

$\vec{C} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ के लम्बवत् हो।

(b) दिखाएँ कि :

$$(\vec{A} \times \vec{B}) . (\vec{A} \times \vec{B}) = A^2 B^2 - (\vec{A} \cdot \vec{B})^2.$$

(c) एकक सदिश $\hat{A} = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}\right)$ की दिशा में, बिंदु (1, 2, 2) पर अदिश क्षेत्र $f = x^2 + yz$ का दिक्-अवकलज प्राप्त करें।

(d) एक वक्र पर गतिमान एक कण का स्थिति सदिश $\vec{r}$ निम्नलिखित है :

$$\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 4t\hat{j} + 2\hat{k}$$

मूल बिंदु के प्रति कण का कोणीय संवेग प्राप्त करें।

(e) गोलीय ध्रुवीय निर्देशांक $u_1 = r$, $u_2 = \theta$, $u_3 = \phi$ और कार्तीय निर्देशांकों x, y, z के बीच निम्नलिखित संबंध हैं :

$x = r \sin\theta \cos\phi$

$y = r \sin\theta \sin\phi$

$z = r \cos\theta.$

g_{12}, g_{13} और g_{23} परिकलित करके दिखाएँ कि गोलीय निर्देशांक तंत्र लांबिक है।

2. बल $\vec{F} = (x - y)\,\hat{i} + (x + y)\,\hat{j}$ द्वारा पथ $x = y$ के अनुदिश बिंदु (1, 1) से (3, 3) तक जाने में किया गया कार्य परिकलित करें। 5

अथवा

स्टोक्स प्रमेय का प्रयोग करते हुए दिखाएँ कि यदि एक बल द्वारा एक संवृत पथ में किया कार्य शून्य हो, तो बल क्षेत्र का कर्ल शून्य होता है। 5

3. डेंगू के आक्रमण के बाद बचने की प्रायिकता 0.2 है। डेंगू से पीड़ित 10 व्यक्तियों में से कम से कम एक व्यक्ति के बचने की प्रायिकता क्या है? 3

अथवा

o और ∞ के बीच स्थित एक संतत यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन निम्नलिखित है : 3

$P(x) = e^{-x}$

$<x^2>$ प्राप्त करें।

4. तार की एक कुंडली के प्रतिरोध को तापमान के फलन के रूप में मापा जाता है और वे माप निम्नलिखित हैं : 5

T (°C) =	40	50	60	70	80
R (Ω) =	6	7	8	9	10

श्रेष्ठतम आसंजन के लिए $R = a + b^T$ प्राप्त करें।

अथवा

निम्नलिखित प्वासों बंटन वाले एक यादृच्छिक चर के माध्य के लिए व्यंजक व्युत्पन्न करें। 5

$$P(x ; m) = \frac{e^{-m} m^{x}}{x!}$$

PHE-05

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2012

PHYSICS

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Time : 1½ hours *Maximum Marks : 25*

Note : *Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings.*

1. *Attempt **any three** parts :* **4x3=12**

(a) Show that the following equation is exact and then solve it : $\left(x+\frac{2}{y}\right) dy + y\, dx = 0$.

(b) Obtain the integrating factor and solve the equation : $x \frac{dy}{dx} - 2y = x^4$

(c) Determine all the first and second order partial derivatives of the function :

$$f(x, y) = x\, e^y + y\, e^x$$

(d) Separate the following PDE into two ODEs :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi(x, y) + V\,\psi(x, y)$$

$$= E\,\psi(x, y).$$

(e) Find the particular solution of

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} = 4 \sin x .$$

2. Determine the singular point of the following equation and specify its nature : **6**

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + \left(x^2 + 2\right) y = 0$$

Obtain the indicial equation and determine its roots.

OR

A source of emf E is connected to an LR circuit. Establish the differential equation governing the current I in the circuit. Solve it for the condition : $I = I_0$ at $t = 0$. **6**

3. Expand the full wave rectified potential in Fourier series : **7**

$$V = V_0 \sin \omega t \qquad 0 < \omega t < \pi$$

$$= -V_0 \sin \omega t \qquad -\pi < \omega t < 0$$

OR

The diffusion of particles in the atmosphere is governed by the diffusion equation : 7

$$\frac{\partial^2 u\,(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{k}\,\frac{\partial u\,(x,t)}{\partial t} + \gamma^2\, u\,(x,t) \quad \text{where}$$

u $(x,\ t)$ is the concentration density of particles. The general solution of this equation is given by

$$u\,(x,\ t) = (C_1 \sin \lambda\, x + C_2 \cos \lambda\, x)\ e^{-\left(\gamma^2+\lambda^2\right) kt}$$

Obtain the particular solution under the following conditions.

$$u\,(x,\ 0) = u_0$$

$$\frac{\partial\, u\,(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$u\,(L,\ t) = 0$$

विज्ञान स्नातक (बी.एससी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2012

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

नय : 1½ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

: ***सभी*** *प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

कोई ***तीन*** भाग करें : **4x3=12**

(a) दिखाएँ कि निम्नलिखित समीकरण यथातथ है और हल करें : $\left(x+\frac{2}{y}\right) dy + y\, dx = 0$.

(b) निम्नलिखित समीकरण का समाकलन गुणक प्राप्त करें और हल करें : $x \frac{dy}{dx} - 2y = x^4$

(c) निम्नलिखित फलन के सभी प्रथम और द्वितीय कोटि आंशिक अवकलज प्राप्त करें :

$$f(x, y) = x e^{y} + y e^{x}$$

(d) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को दो साधारण अवकल समीकरणों में पृथक्कृत करें :

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi\,(x,\,y)\;+\;V\,\psi\,(x,\,y)$$

$$=\;E\,\psi\,(x,\,y).$$

(e) निम्नलिखित समीकरण का विशेष समाकल प्राप्त करें :

$$\frac{d^2 y}{dx^2}+3\,\frac{dy}{dx}=4\sin x\,.$$

2. निम्नलिखित समीकरण का मूल बिंदु प्राप्त करें और उसे वर्गीकृत करें :

$x^2\ \dfrac{d^2 y}{dx^2}-2\,x\ \dfrac{dy}{dx}+\left(x^2\ +\ 2\right)\ y=0$ इसका घातांकी समीकरण और उसके मूल प्राप्त करें।

अथवा

emf के एक स्रोत को एक LR परिपथ में लगाया गया है। परिपथ की धारा I के लिए अवकल समीकरण लिखें और निम्नलिखित प्रतिबंध के लिए उसका हल प्राप्त करें :

$I=I_0$ at $t=0$ के लिए।

8. निम्नलिखित पूर्ण–तरंग रेक्टिफायर विभव का फूरिए श्रेणी प्रसार करें : 7

$$V = V_0 \sin \omega t \qquad 0 < \omega t < \pi$$
$$= -V_0 \sin \omega t \qquad -\pi < \omega t < 0$$

अथवा

वायुमंडल में कणों का विसरण निम्नलिखित विसरण समीकरण द्वारा नियंत्रित होता है : 7

$$\frac{\partial^2 u\,(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{k}\,\frac{\partial u\,(x,t)}{\partial t} + \gamma^2\, u\,(x,t)$$ यहाँ $u\,(x, t)$ कणों का सांद्रण घनत्व है। इस समीकरण का व्यापक हल निम्नलिखित है :

$$u\,(x, t) = (C_1 \sin \lambda x + C_2 \cos \lambda x)\; e^{-\left(\gamma^2 + \lambda^2\right) kt}$$

निम्नलिखित प्रतिबंधों के अधीन इसका विशेष हल प्राप्त करें :

$$u\,(x, 0) = u_0$$
$$\frac{\partial u\,(x,t)}{\partial x} = 0$$
$$u\,(L, t) = 0$$