No. of Printed Pages : 15 **PHE-04**

01593

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2013

PHYSICS

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I

Time : 1½ hours *Maximum Marks : 25*

B.Sc. EXAMINATION,

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I

&

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Instructions :

1. *Students registered for both* **PHE-04 & PHE-05** *courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
2. *Students who have registered for* **PHE-04** *or* **PHE-05** *should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

Note : *Attempt* ***all*** *questions. The marks for each question are indicated against it. You* ***may use*** *log tables or calculators. Symbols have their usual meanings.*

---

1. Attempt **any three** parts : **4x3=12**

(a) Determine the volume of the parallelepiped formed by $\vec{r}_1 = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$, $\vec{r}_2 = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{r}_3 = \hat{i} + \hat{j}$

(b) A particular electromagnetic field in free space is given by $E_x = 0$,

$E_y = E_0 \sin(kx + \omega t), E_z = 0$ $B_x = 0$, $B_y = 0$, $B_z = -E_0 \sin(kx + \omega t)$. Obtain the relation between ω and k for which the following equation holds :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(c) The position vector of a particle of mass m is $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$. Obtain its angular momentum $\left(\vec{r} \times m\vec{V}\right)$ in cylindrical coordinates.

(d) Show that for a scalar field $\phi(x, y, z)$,

$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}\phi) = \vec{0}$

(e) If $\vec{F} = xy\,\hat{i} - z\,\hat{j} + x^2\,\hat{k}$ and C is the curve

$x = t^2$, $y = 2t$, $z = t^3$ from $t = 0$ to $t = 1$,

evaluate the integral $\int\limits_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

2. State Stoke's theorem and evaluate the integral 5

$\int\limits_S \vec{A} \cdot d\vec{s}$ for $\vec{A} = (2x - y)\hat{i} - yz^2\,\hat{j} - y^2 z\,\hat{k}$, where S is the upper half surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

OR

Use Green's theorem : 5

$$\oint\limits_C P\,dx + Q\,dy = \iint\limits_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx\,dy$$ where R

is a region in xy-plane bounded by a simple closed curve C, to evaluate

$\oint\limits_C \left[(y - \sin x)\,dx + \cos x\,dy \right]$, where c is a triangle OAB such that the co-ordinates of O, A and B are respectively (0, 0), $\left(\frac{\pi}{2}, 0 \right)$ and $\left(\frac{\pi}{2}, 1 \right)$.

3. In an objective type examination, 10 questions are true-false type. Caculate the probability of guessing at least 8 correct answers. 3

OR

Let y designate the number of tails which appear when 3 coins are tossed. Calculate $E(y)$. 3

4. The Maxwell-Boltzmann distribution of velocity v, of particles each of mass m, is given by 5

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m v^2}{2k_B T}\right) ;$$

$0 \le v \le \propto$, where T is the temperature and k_B is the Boltzmann constant. Show that the mean velocity, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{m\pi}}$.

OR

The pressure of a gas corresponding to various volume V is measured, yielding the following data : 5

$V(cm^3)$	50	60	70	90	100
$p(kg\ cm^{-2})$	65	50	40	25	10

Fit the data to the equation $pV^{\gamma} = c$.

पी.एच.ई.-04

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2013

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय : 1½ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

बी.एस सी. परीक्षा,

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

एवं

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

निर्देश :

1. *जो छात्र **पी.एच.ई.-04** और **पी.एच.ई.-05** दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्नपत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।*
2. *जो छात्र **पी.एच.ई.-04** या **पी.एच.ई.-05** किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्नपत्र के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।*

नोट : ***सभी*** *प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। आप लॉग टेबल तथा कैल्कुलेटर का **प्रयोग कर सकते** हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

---

1. **कोई तीन** भाग करें : **4x3=12**

(a) सदिश

$= \vec{r_1} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}, \vec{r_2} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k},$

और $\vec{r_3} = \hat{i} + \hat{j}$ से बने समांतरषट्फलक का आयतन प्राप्त करें।

(b) मुक्त आकाश में विशेष विद्युत चुंबकीय क्षेत्र दिया है। $E_0 = 0$, $E_y = E_0 \sin(kx + \omega t)$, $E_z = 0$, $B_x = 0$, $B_y = 0$, $B_z = -E_0 \sin(kx + \omega t)$ ω और k के बीच का संबंध प्राप्त करें ताकि नीचे दिया गया समीकरण संतुष्ट हो :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(c) द्रव्यमान m वाले एक कण का स्थिति सदिश $\ddot{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ है। बेलनी निर्देशांकों में कण का कोणीय संवेग $\left(\vec{r} \times m\vec{V}\right)$ परिकलित करें।

(d) सिद्ध करें कि अदिश क्षेत्र $\phi(x, y, z)$ के लिए

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}\phi) = \vec{0}$$

(e) $\vec{F} = xy\hat{i} - z\hat{j} + x^2\hat{k}$ के लिए समाकल $\int_C \vec{F} . d\vec{r}$ का मान t = 0, से t = 1 के बीच प्राप्त करें यदि C एक वक्र है जो $x = t^2, y = 2t, z = t^3$ द्वारा परिभाषित है।

2. स्टोक्स प्रमेय का कथन दें तथा समाकल $\int_S \vec{A}.d\vec{s}$ का मान प्राप्त करें, जहाँ $\vec{A} = (2x-y)\hat{i} - yz^2\hat{j} - y^2 z\hat{k}$ और S, गोले $x^2+y^2+z^2 = 1$ के ऊपरी आधे हिस्से का पृष्ठ है। 5

अथवा

ग्रीन प्रमेय : 5

$$\oint_C P dx + Q dy = \iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$ जहाँ R संवृत वक्र C द्वारा परिबद्ध xy समतल पर एक प्रदेश है, का प्रयोग कर निम्नलिखित समाकल को हल करें :

$$\oint_C \left[(y - \sin x) dx + \cos x \, dy \right]$$ जहाँ C त्रिभुज OAB है ,जिसमें O, A और B के निर्देशांक क्रमश :(0 , 0), $\left(\frac{\pi}{2}, 0 \right)$ और $\left(\frac{\pi}{2}, 1 \right)$ हैं।

3. एक वस्तुनिष्ठ परीक्षा में 10 प्रश्न सही–गलत प्रकार के हैं। कम से कम 8 सही उत्तर का अनुमान लगाने की प्रायिकता ज्ञात करें। 3

अथवा

मान लीजिए कि तीन सिक्के उछाले जाते हैं और Y पट्ट पड़ने की संख्या है। E (y) परिकलित करें। 3

4. द्रव्यमान m वाले कणों के वेग v के लिए मैक्सवेल-बोल्ट्समान बंटन निम्नलिखित है : 5

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m v^2}{2k_B T}\right) ; 0 \le v \le \propto ,$$

जहाँ T तापमान एवं k_B वोल्टसमान नियतांक है, सिद्ध करें कि v का माध्य मान $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{m\pi}}$ हैं।

अथवा

विभिन्न आयतनों V के संगत गैस के दाब के आंकड़े इस प्रकार हैं। 5

$V(cm^3)$	50	60	70	90	100
$p(kg\ cm^{-2})$	65	50	40	25	10

आंकड़ों को समीकरण $pV^{\gamma} = c$ में आसंजित करें।

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2013

PHYSICS

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Time : 1½ hours *Maximum Marks : 25*

Note : *Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings.Use of log tables or a non programmable calulator is allowed.*

---

1. Answer **any three** parts : **4x3=12**

(a) Solve the equation

$$x\,dy - y\,dx = \sqrt{x^2 - y^2}\,dx$$

(b) Show that the ODE of the form $(2xy + e^{y})dx + (x^2 + xe^{y})dy = 0$ is an exact equation and hence solve it.

(c) Show that the function $T(x,y,z,t) = Ae^{-3kt}\sin x \sin y \sin z$, satisfies the three dimensional heat diffusion equation :

$$\nabla^2 T = \frac{1}{k}\frac{\partial T}{\partial t}$$

(d) Reduce the given PDE into two ODEs

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + k^2\phi = 0$$

(e) In an electric circuit, a resistance R and an inductance L are connected in series with a battery which provides the driving voltage E(t). Write down the differential equation for the electric current i in the circuit and solve it for $E(t) = E_0$.

2. Attempt **any one** part : 6

(a) Using the Frobenius method, determine the roots of the indicial equation for the following equation :

$$8x^2 y''(x) + 10xy'(x) - (1+x)y(x) = 0$$

(b) Determine the Fourier series of the function

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -\dfrac{1}{2} \le x < \dfrac{1}{2} \\ 0 & \dfrac{1}{2} \le x < \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

3. Attempt **any one** part : 7

(a) Solve the heat diffusion equation

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad 0 < x < l,$$

$0 < t$ for a rod with both ends kept at 0°C. The initial temperature distribution in the rod is given by

$$T(x, 0) = \begin{cases} x & 0 < x < \dfrac{l}{2} \\ l - x & \dfrac{l}{2} \le x \le l \end{cases}$$ Determine

the temperature distribution in the rod.

(b) A uniform stretched string of length l is plucked at $x = \dfrac{l}{2}$ to a height 'h' and then released. Solve the wave equation for the string : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ for the initial conditions :

$$u(x, 0) = \begin{cases} \frac{2hx}{l} , & 0 < x < \frac{l}{2} \\ 2h\left(1 - \frac{x}{l}\right), & \frac{l}{2} \leq x < l \end{cases}$$

विज्ञान स्नातक (बी.एससी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2013

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : 1½ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : ***सभी*** *प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

1. **कोई तीन** भाग करें : **4x3=12**

   (a) निम्नलिखित समीकरण को हल करें :

   $$x\,dy - y\,dx = \sqrt{x^2 - y^2}\,dx$$

   (b) सिद्ध करें कि निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण :

   $(2xy + e^y)dx + (x^2 + xe^y)dy = 0$ यथातथ है, और इसका हल प्राप्त करें।

   (c) सिद्ध करें कि निम्नलिखित फलन :

   $T(x, y, z, t) = Ae^{-3kt}\sin x \sin y \sin z$

   त्रिविभ उष्मा विसरण समीकरण

   $$\nabla^2 T = \frac{1}{k}\frac{\partial T}{\partial t}$$ को संतुष्ट करता है।

(d) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को दो साधारण अवकल समीकरणों में समानीत करें :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + k^2\phi = 0$$

(e) एक वैद्युत् परिपथ में एक प्रतिरोधक R और एक प्रेरक, एक विद्युत वाहक बल स्रोत के साथ श्रेणी में संबंधित है, जो परिपथ में वोल्टता E(t) प्रदान करता है। परिपथ में विद्युत धारा i के लिए अवकल समीकरण लिखें और $E(t) = E_0$ के लिए उसे हल करें।

2. **कोई एक** भाग करें : 6

(a) फ्रोबेनियस विधि का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित समीकरण :

$8x^2y''(x) + 10xy'(x) - (1+x)\ y(x) = 0$ के घातांकी समीकरण के मूल प्राप्त करें।

(b) निम्नलिखित फलन का फूरिए श्रेणी प्रसार प्राप्त करें।

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -\frac{1}{2} \le x < \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \le x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

3. **कोई एक** भाग करें : 7

(a) एक छड़ के दोनों सिरे 0°C पर है। इस छड़ के लिए ऊष्मा विसरण समीकरण :

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad \begin{matrix} 0 < x < l \\ 0 < t \end{matrix}$$

हल करें, यदि छड़ में प्रारंभिक तापमान वितरण निम्नलिखित हों :

$$T(x, 0) = \begin{cases} x & 0 < x < \frac{l}{2} \\ l - x & \frac{l}{2} \leq x \leq l \end{cases}$$

(b) लंबाई l वाले एकसमान तानित तार को $x = \frac{l}{2}$ पर, ऊँचाई h तक खींचकर छोड़ दिया जाता है। तार के लिए निम्नलिखित तरंग समीकरण को हल करें :

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, यदि प्रारंभिक प्रतिबंध निम्नलिखित हों :

$$u(x, 0) = \begin{cases} \frac{2hx}{l} , & 0 < x < \frac{l}{2} \\ 2h\left(1 - \frac{x}{l}\right), & \frac{l}{2} \leq x < l \end{cases}$$
