

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)****Term-End Examination****December, 2013****ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS****MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA***Time : 1½ hours**Maximum Marks : 25**Weightage : 70%***Instructions :**

1. *Students registered for both MTE-04 & MTE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
2. *Students who have registered for MTE-04 or MTE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

**Note :** *Question No. 5 is compulsory. Attempt any three more questions out of 1 to 4. Calculators are not allowed.*

1. (a) Evaluate the determinant 2

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} \text{ where } \omega \text{ is one of the}$$

imaginary cube roots of unity.

- (b) Find the roots of the polynomial equation 3  
 $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0$  given that its roots are in Arithmetic progression.

5. Which of the following statements are true ?  
Justify your answer with a short proof or a counter example : 2x5=10

(a) If  $z$  is a complex number such that  $\operatorname{Re}(z^2)=0$   
then  $\operatorname{Re}(z)=0$

(b) If  $\alpha$  and  $\beta$  are the roots of the equation  
 $x^2+bx+c=0$ , the value of  $(\alpha+1)(\beta+1)$  is  
 $c+1$ .

(c) There is unique  $x \in \mathbf{R}$  such that  $\begin{bmatrix} x & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix}$  is  
non-singular.

(d) For any square matrix  $A=[a_{ij}]$  if  $|A|=0$ ,  
then  $a_{ij}=0$  for all  $i,j$ .

(e) System of equations

$$x + y = 2$$

$$2x + 2y = 10$$

$$x = -y$$

is consistent.

---

स्नातक उपाधि कार्यक्रम ( बी.डी.पी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2013

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

कुलका : 70%

**निर्देश :**

1. जो छात्र एम.टी.ई.-4 और एम.टी.ई.-5 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्नपत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।
2. जो छात्र एम.टी.ई.-4 या एम.टी.ई.-5 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्नपत्र के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।

**नोट :** (i) प्रश्न 5 करना ज़रूरी है।

(ii) प्रश्न संख्या 1 से 4 में से कोई तीन प्रश्न कीजिए।

(iii) कैल्कुलेटरो के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. (a) सारणिक

2

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} \text{ का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ पर } \omega ,$$

इकाई के काल्पनिक घनमूलों में से एक है।

- (b) बहुपद समीकरण  $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0$  के मूल 3  
ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि इसके मूल समान्तर श्रेणी  
में है।
2. (a) निम्नलिखित समुच्चय को सूची विधि द्वारा निरूपित 1  
कीजिए।  
 $s = \{x \mid 1 \leq x \leq 30, 2 \text{ और } 3, x \text{ को विभाजित करते हैं}; 5, x \text{ को विभाजित नहीं करता है} \}$
- (b) यदि दो समुच्चयों A और B के लिए, 2  
 $A \times B = \{(-1, 4), (3, 6), (2, 4), (-1, 5), (2, 6), (-1, 6), (3, 5), (3, 4), (2, 5)\}$   
है, तो A और B ज्ञात कीजिए। B  $\times$  A भी लिखिए।
- (c)  $-1 < x < 3$  के लिए  $(5 + 3x)^3 (8 - 3x)^2$  का 2  
अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।
3. (a) 3 के सम्मिश्र घनमूलों को ज्ञात कीजिए और उन्हें आरगां 3  
समतल में रेखित कीजिए।
- (b) a के उन मानों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए निम्नलिखित 2  
समीकरणों के संकाय के हलों की संख्या अन्तत हैं।  
 $6x + 2y = 12$   
 $3x + ay = 6$
4. (a) एक कसरती को अपने दैनिक आहार में 12 ईकाई 3  
विटामिन और 10 ईकाई खनिजों की आवश्यकता है।  
वह दो प्रकार के भोजन  $F_1$  और  $F_2$  लेता है। यह ज्ञात है  
कि  $F_1$  के प्रत्येक ग्राम में 3 ईकाई विटामिन और 2  
ईकाई खनिज है जबकि  $F_2$  के प्रत्येक ग्राम में 2 ईकाई  
विटामिन और 2 ईकाई खनिज हैं। कसरती द्वारा अपनी  
आवश्यकता को पूरा करने के लिए  $F_1$  और  $F_2$  की मात्रा  
को ग्रामों में ज्ञात कीजिए।

- (b) मान लीजिए कि  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  2  
 $A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$  A और B  
के लिए द मॉर्गन नियम की जाँच कीजिए।

5. निम्नलिखित कथनों में से कौन से कथन सत्य हैं? अपने उत्तर  
की एक संक्षिप्त उत्पत्ति या प्रत्युदहारण द्वारा पुष्टि कीजिए।  $2 \times 5 = 10$

(a) यदि  $z$  एक सम्मिश्र संख्या है जिसके लिए  $\operatorname{Re}(z^2) = 0$   
तब  $\operatorname{Re}(z) = 0$

(b) यदि  $\alpha$  और  $\beta$  समीकरण  $x^2 + bx + c = 0$  के मूल हैं,  
तो  $(\alpha + 1)(\beta + 1)$  का मान  $c + 1$  होगा।

(c) एक ऐसा अद्वितीय  $x \in \mathbf{R}$  है जिसके लिए  $\begin{bmatrix} x & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix}$

व्युत्क्रमणीय है।

(d) किन्ही वर्ग आव्यूहों  $A = [a_{ij}]$  के लिए, यदि  
 $|A| = 0$  हो, तो सभी  $i, j$  के लिए,  $a_{ij} = 0$

(e) समीकरण संकाय

$$x + y = 2$$

$$2x + 2y = 10$$

$$x = -y$$

संगत है।

---

## BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

## Term-End Examination

December, 2013

## ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

## MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : 1½ hours

Maximum Marks : 25

Weightage : 70%

**Note :** Question no. 5 is *compulsory*. Do *any three* questions from questions numbers 1 to 4. Calculators are *not* allowed.

1. (a) Show that the difference of focal distances of any point on a hyperbola is equal to the length of its transverse axis. 2
- (b) Check whether the points (1, 0, 1), (3, 4, 0), (5, 9, -1) and (0, 8, 7) are coplanar or not. 3
2. (a) Find the new equation of the plane  $x + 2y + z = 1$  under the transformations given by the following table 2

	$x$	$y$	$z$
$x'$	$\frac{1}{\sqrt{14}}$	$\frac{2}{\sqrt{14}}$	$\frac{3}{\sqrt{14}}$
$y'$	$\frac{-2}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	0
$z'$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{-5}{12}$

- (b) When does the spheres  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$  and  $x^2 + y^2 + z^2 + 10x + 2z + c = 0$  touch each other ? **3**
3. (a) What is the slope of the line passing through (1,4) and (-4, 2) ? Write the equation of this line. **2**
- (b) Does the conicoid  $2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy + 6x + 12y - 6z + 2 = 0$  have a centre ? If so find it. **3**
4. (a) Identify the conicoids from the following equations. **2**
- (i)  $3x^2 + 6y^2 - 9z^2 + 1 = 0$
- (ii)  $3(x-1)^2 + 2(y+1)^2 + 6(z+2)^2 = 6$
- (b) Trace the conic  $x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 3 = 0$  and find its focus. **3**
5. Are the following statements **true** or **false** ? Give reasons for your answers. **5x2=10**
- (a) The curve  $xy=1$  is symmetric with respect to the origin.
- (b) In two dimensional space the line passing through origin and equally inclined to the coordinate axis is  $\alpha x - \beta y = 0$  where  $\alpha \neq \beta$ .
- (c) Two spheres with centres  $C_1, C_2$  and radii  $r_1, r_2$  respectively will not intersect if  $C_1 C_2 < r_1 + r_2$ .
- (d) A tangent plane to a cone touches it at only one point.

- (e) The plane  $ux + vy + wz = p$  is a tangent plane to the ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ if } a^2u^2 + b^2v^2 + c^2w^2 = p^2.$$

---



स्नातक उपाधि कार्यक्रम ( बी.डी.पी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2013

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

कुलका : 70%

**नोट :** प्रश्न संख्या 5 अनिवार्य है। प्रश्न संख्या 1 से 4 में से कोई तीन प्रश्न कीजिए। कैल्कुलेटर्स के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. (a) दिखाइये कि अतिपरवलय के किसी बिन्दु की नाभीय दूरियों का अन्तर उसके अनुप्रस्थ अक्ष की लम्बाई के बराबर होता है। 2
- (b) जाँच कीजिए कि बिन्दु (1, 0, 1), (3, 4, 0), (5, 9, -1) और (0, 8, 7) समतलीय हैं। 3
2. (a) नीचे दी गई सारणी में दिए हुए रूपान्तरणों के अधीन समतल  $x + 2y + z = 1$  का नया समीकरण निकालिए। 2

	$x$	$y$	$z$
$x'$	$\frac{1}{\sqrt{14}}$	$\frac{2}{\sqrt{14}}$	$\frac{3}{\sqrt{14}}$
$y'$	$\frac{-2}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	0
$z'$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{-5}{12}$

- (b) गोले  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$  और  $x^2 + y^2 + z^2 + 10x + 2z + c = 0$  परस्पर कब स्पर्श करेंगे? 3
3. (a)  $(1, 4)$  और  $(-4, 2)$  से गुजरने वाली रेखा की प्रवणता क्या है? इस रेखा का समीकरण भी लिखिए। 2
- (b) क्या शांकवज  $2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy + 6x + 12y - 6z + 2 = 0$  का केन्द्र है यदि है तो केन्द्र ज्ञात कीजिए। 3
4. (a) निम्नलिखित समीकरणों से शांकवजों को पहचानिए। 2
- (i)  $3x^2 + 6y^2 - 9z^2 + 1 = 0$
- (ii)  $3(x-1)^2 + 2(y+1)^2 + 6(z+2)^2 = 6$
- (b) शांकव  $x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 3 = 0$  को आरेखित कीजिए और इसकी नाभि ज्ञात कीजिए। 3
5. निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य ? अपने उत्तर के कारण दीजिए। 5x2=10
- (a) वक्र  $xy = 1$  मूलबिन्दू के सापेक्ष सममित है।
- (b) द्विविम समष्टि में, मूलबिन्दु से गुजरने वाली तथा निर्देशांक अक्षों पर बराबर झुकी हुई रेखा  $\alpha x - \beta y = 0$  हैं, जहाँ  $\alpha \neq \beta$ .
- (c) केन्द्र  $C_1, C_2$  और त्रिज्या क्रमशः  $r_1, r_2$  वाले दो गोले प्रतिच्छेद नहीं करेंगे यदि  $C_1 C_2 < r_1 + r_2$ .
- (d) किसी शंकु का स्पर्श तल उस शंकु को केवल एक ही बिन्दु पर स्पर्श करता है।

(e) समतल  $ux + vy + wz = p$  दीर्घवृत्तज

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  का स्पर्श तल होगा यदि

$$a^2u^2 + b^2v^2 + c^2w^2 = p^2.$$

---