

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)**Term-End Examination****December, 2013****(APPLICATION ORIENTED COURSE)****AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH***Time : 2 hours**Maximum Marks : 50**Weightage : 70%*

Note : Attempt any five questions in all. Question No.1 is compulsory. Do any four questions out of question no. 2 to 7. Calculators are not allowed.

1. Which of the following statements are **true** and which are **false**? Give reasons for your answers. **10**
- (a) If 5 is added to each entry of an assignment matrix of order n , then the cost of the new assignment will be increased by $5n^2$.
- (b) For the queuing Model
 $M/M/2$ with $\lambda = \frac{1}{2}$ arrival/min.
 and $\mu = \frac{1}{3}$ services/Min, steady state solution exists.
- (c) Optimal solution of a LPP is not always unique.
- (d) A path containing events having non-zero slack is always a critical path.
- (e) Any three machine sequencing problem can always be reduced to a two machine sequencing problem.

2. (a) The standard weight of a special purpose brick is 5kg and it contains two basic ingredients B_1 and B_2 . B_1 costs ₹ 5 per kg and B_2 costs ₹ 8 per kg. Strength considerations dictate that the brick contains not more than 4 kg of B_1 and minimum 2 kg of B_2 . Since the demand for the product is likely to be related to the price of the brick, find out graphically minimum cost of the brick satisfying the above conditions. 6
- (b) Solve the following Assignment Problem : 4

	Tasks			
Subordinates	I	II	III	IV
A	8	26	17	11
B	13	28	4	26
C	38	19	18	15
D	19	26	24	10

3. (a) Write dual D of the LPP P given by 5
- Min. $2x_1 + 3x_2$
 Subject to $2x_1 + 3x_2 \leq 30$
 $x_1 + 2x_2 \geq 10$
 $x_1 - x_2 \geq 0$
 $x_1, x_2 \geq 0$
- Further, without solving P or D check if
- $\left(x_1^* = \frac{10}{3}, x_2^* = \frac{10}{3} \right)$ and
- $\left(y_1^* = 0, y_2^* = \frac{5}{3}, y_3^* = \frac{1}{3} \right)$
- are optimal solutions for P and D respectively.

- (b) Consider a 4/2/F/ F max problem with the data : 5

Job	Processing time (hours)	
	M_1	M_2
1	5	10
2	9	2
3	16	15
4	18	5

- (i) Obtain an optimal sequence of jobs.
(ii) Find the total idle time of M_2 and the value of Fmax for the optimal sequence.

- (a) A Company has factories of F_1 , F_2 and F_3 which supply at warehouses W_1 , W_2 and W_3 . Weekly factory capacities are 200, 160 and 90 units respectively. Weekly warehouses requirements are 180, 120 and 150 units respectively. Unit shipping costs (in rupees) are as follows : 5

		Warehouse			Supply
		W_1	W_2	W_3	
Factory	F_1	16	20	12	200
	F_2	14	8	18	160
	F_3	26	24	16	90
Demand		180	120	150	450

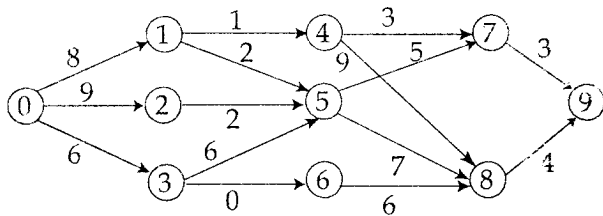
The shipping clerk is using the following shipping plan :

F_1 to W_1 : 180, F_1 to W_3 : 20, F_2 to W_2 : 120, F_2 to W_3 : 40, F_3 to W_3 : 90. Check whether

the shipping plan is optimal. If it is not optimal, use as many iterations of the u.v.method to find an optimal shipping plan.

- (b) A super market has a single cashier. During the peak hours, customers arrive at a rate of 20 customers per hour. The average number of customers that can be processed by the cashier is 24 per hour. Calculate :
- (i) the probability that the server is idle.
 - (ii) the average number of customers in the system.
 - (iii) the average time a customer spends in the system.
 - (iv) the average number of customers in the queue.

5. (a) Find the shortest route in the following stage coach problem using Bellman's principle :



- (b) A commodity is to be supplied at a constant rate of 250 units per day. Supplies of any amount can be obtained at any required time, but each ordering costs ₹ 40 ; cost of holding the commodity in inventory is ₹ 2 per unit per day while the delay in the supply of the item induces a penalty of ₹ 10 per unit per day. Find the optimal policy (Q,t) , where t is the reorder cycle period and

Q is the inventory after arrival of order. What would be the best policy, if the penalty cost becomes infinite ?

- (a) Draw the network and find the project completion time of the following activities ? 5

<u>Activity</u>	<u>Preceding activities</u>	<u>Activity duration (days)</u>
A	-----	4
B	-----	7
C	-----	6
D	A,B	5
E	A,C	7
F	C,D,E	6
G	C,D,E	5

- (b) A warehouse has only one loading dock manned by a three - person crew. Trucks arrive at the loading dock at an average rate of 5 trucks per hour and the arrival rate is poisson distributed. The loading of a truck takes 10 Minutes on an average and can be assumed to be exponentially distributed. The operating cost of a truck is ₹ 20 per hour and the members of the loading crew are paid @ ₹ 8 each per hour. Would you advice the truck owner to add another crew of three persons ? If yes, then would you advise the truck owner to add one more crew of three persons ? Justify. 5

- (a) The optimal table to the LPP. 5
 Max $z = 4x_1 + 6x_2 + 2x_3$
 s.t. $x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$
 $x_1 + 4x_2 + 7x_3 \leq 9$
 $x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

is C_j 4 6 2 0 0

P_B	Basic variables	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Solution
4	x_1	1	0	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1
6	x_2	0	1	2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	2
	$C_j - Z_j$	0	0	-6	$-\frac{10}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$Z=16$

Find the range of coefficient of x_3 in the objective function such that the current solution remains optimal.

(b) Assuming the following demand pattern :

Daily demand :	0	10	20	30	40	50
Probability :	0.01	0.20	0.15	0.50	0.12	0.02

use the following sequence of random numbers to estimate the demand for next 5 days : 25, 39, 65, 76, 12

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2013

(व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)

ए.ओ.आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

1 : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

कुल का : 70%

: प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्र.सं. 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटर्स का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

निम्नलिखित कथनों में से कौन से कथन सत्य हैं और कौन से असत्य हैं? अपने उत्तरों के कारण बताइए। 10

- (a) यदि कोटि n के नियतन आव्यूह की प्रत्येक प्रविष्टि में 5 जोड़ा जाता है, तो नए नियतन की लागत $5n^2$ बढ़ जाएगी।
- (b) $\lambda = \frac{1}{2}$ आगमन/मिनट और $\mu = \frac{1}{3}$ सेवाएं/मिनट वाले पंक्ति निदर्श $M/M/2$ के लिए अपरिवर्ती अवस्था हल का अस्तित्व है।
- (c) LPP का इष्टतम हल हमेशा अद्वितीय नहीं होता।
- (d) वह पथ जिसमें शून्येतर शैथिल्य वाली घटनाएँ हो, वह सदा ही एक क्रांतिक पथ होता है।
- (e) किसी भी 3 - मशीन अनुक्रम समस्या को सदैव एक 2- मशीन अनुक्रम समस्या में बदला जा सकता है।

2. (a) विशेष प्रयोजन वाली एक ईंट का मानक वजन 5 कि.ग्रा है और दो आधारभूत सामग्रियाँ— B_1 और B_2 हैं। B_1 की लागत 5 ₹ प्रति कि.ग्रा और B_2 की लागत 8 ₹ प्रति कि.ग्रा है। ईंट की मजबूती के लिए उसमें B_1 4 कि.ग्रा से ज्यादा नहीं होना चाहिए और उसमें कम से कम 2 कि.ग्रा B_2 होना चाहिए। उत्पाद की मांग ईंट की कीमत से संबंधित है। ऊपर बताए गए प्रतिबंधों को संतुष्ट करते हुए ईंट की न्यूनतम लागत ग्राफिक विधि से ज्ञात कीजिए।
- (b) निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिए।

		कार्य			
		I	II	III	IV
ह	A	8	26	17	11
प्र	B	13	28	4	26
र	C	38	19	18	15
ह	D	19	26	24	10

3. (a) निम्नलिखित LPP P का द्वैती D लिखिए :
 $2x_1 + 3x_2$ का न्यूनतमीकरण कीजिए
जबकि ; $2x_1 + 3x_2 \leq 30$
 $x_1 + 2x_2 \geq 10$
 $x_1 - x_2 \geq 0$
 $x_1, x_2 \geq 0$
इसके आगे, P या D को हल किए बिना जाँच कीजिए कि

$$\left(x_1^* = \frac{10}{3}, x_2^* = \frac{10}{3} \right) \text{ और}$$

$$\left(y_1^* = 0, y_2^* = \frac{5}{3}, y_3^* = \frac{1}{3} \right)$$

क्रमशः P और D के लिए इष्टतम हल है या नहीं।

- (b) निम्नलिखित आंकड़े वाली 4/2/F/ F max समस्या 5
लीजिए :

जाँब	मशीनें	
	M_1	M_2
1	5	10
2	9	2
3	16	15
4	18	5

- (i) जाँबों का इष्टतम अनुक्रम प्राप्त कीजिए।
(ii) M_2 का कुल खाली समय और इष्टतम अनुक्रम के लिए F_{\max} का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) एक कम्पनी में F_1 , F_2 और F_3 कारखाने हैं जो 5
 W_1 , W_2 और W_3 गोदामों को माल की आपूर्ति करते हैं। कारखानों की साप्ताहिक क्षमताएँ क्रमशः 200, 160 और 90 इकाइयाँ हैं। गोदामों की साप्ताहिक जरूरतें क्रमशः 180, 120 और 150 इकाइयाँ हैं। इकाई प्रेषण लागतें (रु.में) निम्नानुसार हैं :

गोदाम					
		W_1	W_2	W_3	आपूर्ति
कारखाना	F_1	16	20	12	200
	F_2	14	8	18	160
	F_3	26	24	16	90
मांग		180	120	150	450

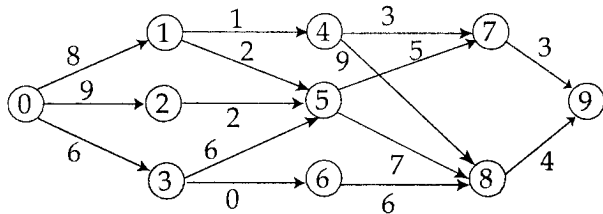
प्रेषण क्लर्क निम्नलिखित प्रेषण योजनाओं का प्रयोग करता है :

F_1 to W_1 : 180, F_1 to W_3 : 20, F_2 to W_2 : 120, F_2 to W_3 : 40, F_3 to W_3 : 90. जाँच कीजिए कि प्रेषण योजना इष्टतम है या नहीं। यदि यह इष्टतम नहीं है तो इष्टतम प्रेषण योजना ज्ञात करने के लिए $u-v$ विधि की यथासंभव पुनरुत्थियों का प्रयोग कीजिए।

(b) एक सुपर मार्केट में केवल एक ही खज़ांची है। व्यस्ततम घंटों में 20 ग्राहक प्रति घंटे की दर से ग्राहक आते हैं। खज़ांची एक घंटे में औसतन 24 ग्राहकों को देखता है। निम्नलिखित परिकल्पित कीजिए।

- (i) सर्वर के निष्क्रिय रहने की प्रायिकता
- (ii) प्रणाली में ग्राहकों की औसत संख्या
- (iii) प्रणाली में ग्राहक द्वारा बिताया गया औसत समय
- (iv) पंक्ति में ग्राहकों की औसत संख्या।

5. (a) बेलमान सिद्धांत द्वारा निम्नलिखित स्टेजकोच समस्या में लघुत्तम मार्ग ज्ञात कीजिए :



(b) एक माल की आपूर्ति 250 इकाइयाँ प्रतिदिन की नियत दर से करनी है। किसी भी अपेक्षित समय समय पर माल की किसी भी मात्रा में आपूर्ति की जा सकती है, परन्तु प्रत्येक आर्डर देने पर 40 ₹ की लागत आती है। मालसूची में माल की धारण लागत प्रतिदिन प्रति इकाई 2 ₹ हैं, जबकि किसी भी वस्तु की आपूर्ति में विलंब

होने पर प्रतिदिन प्रति इकाई 10 ₹ का दंड लगता है। इष्टतम नीति (Q, t) ज्ञात कीजिए, जहाँ t पुनः आर्डर चक्र अंतराल को और Q आर्डर के प्राप्त होने पर मालसूची के स्तर को प्रकट करता है। यदि दंड लागत अनंत हो जाती है, तो आधारभूत (सर्वोत्तम) नीति क्या होनी चाहिए ?

- (a) नेटवर्क बनाइए और निम्नलिखित गतिविधियों का परियोजना पूरा होने का समय ज्ञात कीजिए : 5

गतिविधि	पूर्ववर्ती गतिविधि	गतिविधि अवधि (दिनों में)
A	-----	4
B	-----	7
C	-----	6
D	A, B	5
E	A, C	7
F	C, D, E	6
G	C, D, E	5

- (b) एक माल गोदाम में केवल एक ही लदान गोदी है जो तीन लोगों के दल द्वारा चलाई जाती है। ट्रक लदान गोदी पर 5 ट्रक प्रति घंटा की औसत दर से आते हैं और यह प्वांसां बंटन के अनुसार पहुँचते हैं। एक ट्रक के लदान में औसतन 10 मिनट का समय लगता है और इसे चरघातांकी बंटित माना जा सकता है। एक ट्रक की परिचालन लागत 20 ₹ प्रति घंटा है और लदान दल के सदस्यों को 8 ₹ प्रति घंटा की दर से अदा किया जाता है। क्या आप ट्रक के मालिक को तीन लोगों के एक अन्य दल से जोड़ने की सलाह देंगे। यदि हाँ, तो क्या आप तीन 5

व्यक्तियों में एक और व्यक्ति शामिल करने के लिए ट्रक मालिक को सलाह देंगे? पुष्टि कीजिए।

7. (a) LPP

$z = 4x_1 + 6x_2 + 2x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$$x_1 + 4x_2 + 7x_3 \leq 9$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

की इष्टतम तालिका है :

$$C_j \quad 4 \quad 6 \quad 2 \quad 0 \quad 0$$

P_B	आधारी चर	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	हल
4	x_1	1	0	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1
6	x_2	0	1	2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	2
	$C_j - Z_j$	0	0	-6	$-\frac{10}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$Z = 16$

उद्देश्य फलन में x_3 के गुणांक की ऐसी परिसर ज्ञात कीजिए जिसमें वर्तमान हल इष्टतम रहे।

(b) निम्नलिखित मांग पैटर्न की लीजिए :

दैनिक मांग :	0	10	20	30	40	50
प्रायिकता :	0.01	0.02	0.15	0.50	0.12	0.02

अगले पाँच दिनों की मांग का आकलन करने के लिए यादृच्छिक संख्याओं के निम्नलिखित अनुक्रम का प्रयोग कीजिए :

25, 39, 65, 76, 12