BMTC-131

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(BSCG/BAG)

कलन

01 जुलाई, 2020 से 30 जून, 2021 तक वैध

विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

2020-21

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है, इसके तीन भाग A, B और C हैं। सभी भागों के अधिकतम अंक 100 हैं और उत्तीर्ण होने के लिए 35% अंक आवश्यक है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या : ……………………………..

नाम : ……………………………..

पता : ……………………………..

……………………………..

……………………………..

पाठ्यक्रम संख्या : ……………………………

पाठ्यक्रम शीर्षक : ……………………………

सत्रीय कार्य संख्या : ……………………………

अध्ययन केंद्र : …………………………… दिनांक : ……………………………

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।

3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।

4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।

6) यह सत्रीय कार्य 30 जून, 2021 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फे़ल हो जाते हैं या इसे 30 जून, 2021 तक जमा करने में असफ़ल रहते हैं, तो आप जुलाई, 2021-2022 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।

7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(इसे चारों खंडों को पढ़ने के बाद कीजिए।)

पाठ्यक्रम कोड : बी एम टी सी - 131
सत्रीय कार्य कोड : बी एम टी सी - 131/ टी एम ए / 2020-21
अधिकतम अंक : 100

भाग – A (35 अंक)
(पाठ्यक्रम के खंड 1 और 2 पर आधारित)

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन से कथन सत्य है और कौन से असत्य? अपने उत्तर की पुष्टि एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण से कीजिए।

   i) समुच्चय $\{7,8,...\}$ को परिभाषित करने के कम से कम दो तरीके हैं।

   ii) $\mathbf{P}\times\mathbf{P}$ प्रांत वाला कोई भी फलन एक द्वि-आधारी संक्रिया होता है।

   iii) $[0,1]$ से $\mathbf{P}$ पर प्रत्येक फलन का आलेख अनंत है।

   iv) $f(x)=x|x|$ द्वारा परिभाषित फलन $f:\mathbf{P}\to\mathbf{P}$ एक विषम फलन है।

   v) फलन $f\circ g$ का प्रांत $]-\infty,2]$ है, जहाँ $f(x)=\sqrt{x}$ और $g(x)=\sqrt{2-x}$. (10)

2. क) (-7) का 6^{th} मूल ज्ञात कीजिए और उसे आर्गां समतल में प्रदर्शित कीजिए। (6)

   ख) $\varepsilon-\delta$ परिभाषा का प्रयोग करके दर्शाइए कि $\lim_{x\to 2}(3x-5)=1$. (4)

3. क) बहुपद $2x^5+x^3+5x+1$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। (3)

   ख) मान लीजिए $f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x} & ,\text{ if } x<0\\ 3-x & ,\text{ if } 0\le x<3\\ (x-3)^2 & ,\text{ if } x>3\end{cases}$

   i) जाँच कीजिए कि f कहाँ पर असतत् हैं?

   ii) f के आलेख का एक अनुमानित स्कैच खींचिए। (5)

   ग) $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x}}}$ द्वारा परिभाषित फलन $g:\mathbf{P}^+\to\mathbf{P}^+$ को तीन फलनों के रूप में संयोजित कीजिए। (2)

4. क) क्या माध्यवर्ती मान प्रमेय का प्रयोग समीकरण $x^5-x^3+3x-5=0$ के दिये गये अंतराल $]1,2[$ में मूल हैं, दर्शाने के लिए किया जा सकता है? यदि हाँ, तो इसका प्रयोग कीजिए। (3)

   ख) उस फलन का व्यंजक ज्ञात कीजिए जिसके ग्राफ में बिंदु $(-2,2)$ से बिंदु $(-1,0)$ तक की रेखा और मूलबिंदु केंद्र और त्रिज्या 1 वाले वृत्त की ऊपरी आधा भाग है। (2)

भाग – B (40 अंक)
(पाठ्यक्रम के खंड 3 और 4 पर आधारित)

5. क) एक कण की गति की समीकरण $s = t^3 - 3t$ है, जहां s मीटर में और t सेकेण्ड में है। निम्नलिखित ज्ञात कीजिए :

   i) वेग और त्वरण, t के फलन के रूप में,

   ii) 2 सेकेण्ड बाद त्वरण,

   iii) त्वरण, जबकि वेग 0 है। (3)

   ख) a और b के किन मानों के लिए निम्नलिखित समीकरण सत्य है :

   $$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin 2x}{x^3} + a + \frac{b}{x^2}\right) = 0.$$ (3)

   ग) वे दो धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए कि पहली संख्या और दूसरी संख्या के चार गुने का योग 1000 है, और दोनों संख्याओं का गुणनफल अधिक से अधिक सम्भव है। (4)

6. क) a और b के किन मानों के लिए रेखा $2x + y = b$ परवलय $y = ax^2$ पर $x = 2$ पर स्पर्श रेखा है? (2)

   ख) निम्नलिखित y को x के सापेक्ष अवकलित कीजिए :

   i) $y = \sin(\sin x)$

   ii) $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

   iii) $y = e^{\cos x} + \cos(e^x)$

   iv) $y = \ln(x \ln x)$ (8)

7. निम्नलिखित कथनों में से कौन से कथन सत्य या असत्य है। अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए :

   i) $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$

   ii) $y = e^{3x}$ का प्रतिलोम फलन $y = \frac{1}{3}\ln x$ है।

   iii) यदि अंतराल I में f एक वर्धमान फलन है, और $f(x) > 0$ है, तो $g(x) = \frac{1}{f(x)}$, अंतराल I में ह्रासमान होगा।

   iv) परवलय $y = x^2$ की बिंदु $(-2,4)$ पर स्पर्श रेखा की समीकरण $y - 4 = 2x(x+2)$ है।

   v) यदि फलन f, **P** पर एकैक और आच्छादक फलन है, तो $(f^{-1})'(6) = \frac{1}{f'(6)}$. (10)

8. वक्र $y=\sqrt[3]{x^2-1}$ को आरेखित कीजिए और आरेख के लिए प्रयोग किये गये सभी गुण-धर्मों को लिखिए। (10)

भाग – C (25 अंक)
(पाठ्यक्रम के खंड 5 पर आधारित)

9. निम्नलिखित समाकलों का x के सापेक्ष, मान निकालिए :

i) $\dfrac{1}{(2x+1)^{3/2}}$ ii) $\sin(2x+3)$

iii) $\operatorname{cosec}(4x)$ iv) $\dfrac{1}{\sqrt{1-9x^2}}$

v) $\dfrac{1}{1+4x^2}$ (5)

10. क) प्रतिस्थापन का प्रयोग करके निम्नलिखित समाकल का मान निकालिए :

i) $\int_0^1 x^3\sqrt{x^4+1}\,dx$ ii) $\int_0^{\pi/4} \tan^7 x \sec^2 x\,dx$

iii) $\int \sec^2(\cos x)\sin x\,dx$ (6)

ख) निम्नलिखित समानयन सूत्र का व्युत्पन्न कीजिए :

$$\int (x^2+a^2)^{\frac{n}{2}}dx = \frac{x(x^2+a^2)^{\frac{n}{2}}}{n+1} + \frac{na^2}{n+1}\int (x^2+a^2)^{\frac{n}{2}-1}dx.$$

इस सूत्र से समाकल $\int (x^2+a^2)^{\frac{5}{2}}$. का मान निकालिए।

(**संकेत :** भागों द्वारा समाकल का मान निकालिए :
$\int (x^2+a^2)^{\frac{n}{2}}dx = x(x^2+a^2)^{\frac{n}{2}} - n\int (x^2+a^2)(x^2+a^2)^{\frac{n}{2}-1}dx + na^2\int (x^2+a^2)^{\frac{n}{2}-1}dx$**)** (4)

11. क) भागों द्वारा समाकलन का प्रयोग करके समाकल $\int x\sec x\tan x\,dx$ का मान निकालिए। (2)

ख) समाकल $\int (3x+1)\sqrt{4x^2+12x+5}\;dx$ का मान निकालिए। (3)

ग) समाकल $\int \dfrac{x^2+x+5}{(x^2+4)(x+1)}dx$ का मान निकालिए। (2)

घ) परवलय $x=3t^2, y=6t$ के रेखा $3x+y-3=0$ द्वारा कटे हुए हिस्से की लंबाई ज्ञात कीजिए। (3)