

BMTC-131

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

बी. एम. टी. सी. – 131

फलन

(01 जुलाई, 2021 से 30 जून, 2022 तक वैध)

परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

(2021- 2022)

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र : दिनांक :

.....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 30 जून, 2022 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 30 जून, 2022 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2022-2023 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड : बी.एम.टी.सी. - 131

सत्रीय कार्य कोड : बी.एम.टी.सी. - 131/ टी एम ए / 2021-2022

अधिकतम अंक : 100

नोट: सभी प्रश्नों को हल करें। प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक उसके समक्ष दिए गए हैं।

भाग A (35 अंक)

(पाठ्यक्रम के भाग - 1 और 2 पर आधारित)

1. निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य और कौन से कथन असत्य हैं? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति उदाहरण दीजिए। (10)
 - i) $f(x) = (x - 7)(x^3 + 11)$ द्वारा परिभाषित फलन $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ एक विषम फलन है।
 - ii) \mathbf{C} में i के सभी घनमूल $z_1 = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$, $z_2 = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$ और $z_3 = \cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}$ हैं।
 - iii) यदि $f(x) = 2|x - 1|$ और $g(x) = 3x - 10$ हैं, तो $f \circ g(1) = 12$ होगा।
 - iv) $f(x) = \sqrt{\frac{(3-x)}{(x-2)}}$ द्वारा परिभाषित फलन f का प्रांत $\mathbf{R} - \{2\}$ है।
 - v) $(\sqrt{2}, 1, \frac{1}{2}) \in \mathbf{Q} \times \mathbf{Z} \times \mathbf{R}$.
2. क) यदि a, b और c समीकरण $x^3 - 6x^2 + 10x - 6 = 0$ के मूल हैं, तो $a^2 + b^2 + c^2$ और $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ के मान ज्ञात कीजिए। (4)

ख) $\varepsilon - \delta$ परिभाषा का प्रयोग करके दर्शाइए कि $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5) = 1$ है। (4)

ग) $1+i$ का वर्गमूल निकालिए। (2)
3. क) $f(x) = \frac{1}{1 - \sin x}$ द्वारा परिभाषित फलन f का प्रांत और परिसर ज्ञात कीजिए। (3)

ख) मान लीजिए $f(x) = \begin{cases} 1 + 2x, & x \leq 0 \\ 3x - 2, & 0 < x \leq 1 \\ 2x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$

 - i) जाँच कीजिए कि f असंतत है या नहीं। यदि हाँ, तो ज्ञात कीजिए कि कहाँ असंतत है?
 - ii) f के ग्राफ का अनुमानित स्कैच खींचिए। (5)

ग) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x}}$, द्वारा परिभाषित फलन g को तीन फलनों के समायोजन के रूप में लिखिए। (2)
4. निम्नलिखित सीमाएं ज्ञात कीजिए : (5)
 - (i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 2x}$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x}$$

भाग B (40 अंक)
(पाठ्यक्रम के खंडों 3 और 4 पर आधारित)

5. क) यदि $f(x) = \sin^{-1} x$ है, तो दर्शाइए कि $(1 - x^2)f''(x) - xf'(x) = 0$ इस प्रकार, दर्शाइए कि $f^{(n+2)}(0) = n^2 f^{(n)}(0)$ । (4)

ख) वक्र $y = 4 \sin x - 3 \cos x$ की x-अक्ष से ऊपर अधिकतम ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (3)

ग) $f(x) = x^4 - 4x^2 + 7$ द्वारा परिभाषित फलन f के लिए अंतराल $[-1, 1]$ पर रोल प्रमेय सत्यापित कीजिए। (3)

6. क) $\sqrt[3]{0.99}$ का दशमलव के चार स्थानों तक सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए। (4)

ख) निम्नलिखित को x के सापेक्ष अवकलित कीजिए : (6)

i) $y = \sqrt{\sin(\sqrt{x})}$

ii) $y = e^{\sin x} + x \ln x$

7. निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य और कौन से कथन असत्य हैं? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति उदाहरण दीजिए।

i) $f(x) = \tan(2x)$ द्वारा परिभाषित फलन f एक π आवर्त वाला आवर्ती फलन है।

ii) $f(x) = 1 - |x|$ द्वारा परिभाषित फलन $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $x=1$ पर अवकलनीय है।

iii) $f(x) = x^2 - x$ द्वारा परिभाषित फलन $f: [3,4] \rightarrow \mathbf{R}$ अपने प्रांत में एकदिष्ट है।

iv) प्रत्येक सतत फलन अवकलनीय होता है।

v) \mathbf{R} पर प्रत्येक वक्र का नति परिवर्तन बिंदु होता है। (10)

8. वक्र $y = \frac{8}{4-x^2}$ का आरेखण कीजिए और इसमें प्रयोग किए गए गुण-धर्मों को भी लिखिए। (10)

भाग C (25 अंक)
(पाठ्यक्रम के खंड 5 पर आधारित)

9. निम्नलिखित फलनों के x के सापेक्ष समाकल ज्ञात कीजिए : (9)

i) $\int \frac{x-1}{x^3-x^2-2x} dx$

ii) $\int_2^4 x \ln x dx$

iii) $\int \frac{(\cot^{-1} x)^4}{1+x^2} dx$

10. क) यदि $I_n = \int_0^\infty e^{-x} \sin^n(x) dx$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$(1 + n^2)I_n = n(n - 1)I_{n-2} \text{ for } n \geq 2 \quad (5)$$

ख) $x = t^3, y = 2t^2$ in $0 \leq t \leq 1$ द्वारा दिए गए वक्र की लंबाई ज्ञात कीजिए। इस वक्र की $t = \frac{1}{2}$ पर प्रवणता क्या है? (5)

11. निम्नलिखित (6)

i) $\frac{d}{dx} \left[\int_{x^2}^{\frac{\pi}{2}} e^{2 \cos t} dt \right] = -2xe^{2(\cos x^2)}$

ii) $|x|$ $[-2, 2]$ पर समाकलनीय है।

iii) $\int_a^b x dx = \frac{b^2 - a^2}{2}$.