

MTE-14

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

एम. टी. ई. – 14

गणितीय निदर्शन

(01 जनवरी, 2021 से 31 दिसंबर, 2021 तक वैध)

परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

2021

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

.....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2021 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2021 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2022 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी खण्डों को पढ़ने के बाद कीजिए)

पाठ्यक्रम कोड : एम टी इ - 14

सत्रीय कार्य कोड : एम टी इ - 14/ टी एम ए / 2021

अधिकतम अंक : 100

1. (क) एक पिंड निर्वात में मुक्त रूप से गिर रहा है। गिरना अनिवार्यतः गुरुत्वीय त्वरण g और ऊँचाई h जहाँ से पिंड को गिराया जाता है, से संबंधित है। विमीय विश्लेषण का प्रयोग करके, दिखाइए कि गिरते हुए पिंड का वेग V संबंध $V/\sqrt{gh} = \text{अचर}$, को संतुष्ट करता है। (5)
- (ख) प्लाज़्म नियम का अनुसरण करने वाली धमनी में रक्त-प्रवाह लीजिए। यदि धमनी की लंबाई 3 सेमी हो, त्रिज्या 7×10^{-3} सेमी हो और चालक बल $5 \times 10^3 \text{ dynes/cm}^2$ हो, तब रक्त श्यानता $\mu = 0.027$ प्लाज़्म का प्रयोग करते हुए ज्ञात कीजिए
- (i) वेग $u(y)$ और रक्त का अधिकतम शिखर वेग, तथा
- (ii) धमनी की दीवार पर अपरूपण-प्रतिबल। (5)
2. (क) पूर्ति फलन $S(p) = (-p^2 + 4)/3$ और मांग फलन $D(p) = -p + 2$ वाले एक पूर्णतः प्रतियोगी बाज़ार की संतुलन कीमत ज्ञात कीजिए। वाल्टास का स्थैतिक निकष लागू करके बताइए कि कीमत स्थायी है या नहीं। (5)
- (ख) वायुमंडलीय प्रदूषण समस्या के लिए त्रि-विमीय गाउसीय परिक्षेपण निदर्श लिखिए। निम्नलिखित कल्पनाओं के अधीन निदर्श परिवर्तन कीजिए :
- (i) पवन वेग केवल y -दिशा में होता है।
- (ii) y - दिशा में समष्टि गति से होने वाले द्रव्यमान के स्थानांतरण के मुकाबले द्रव्यमान विसरण का स्थानांतरण इतना कम होता है कि हम इसे शून्य के बराबर मान लेते हैं।
- (iii) गति स्थायी अवस्था में है।
- (iv) पवन चाल अचर है।
- (v) सभी दिशाओं में विसरणशीलताएँ अचर हैं।
3. (क) 2008 से एक छोटी फैक्टरी की बिक्रियाँ इस प्रकार हैं : (6)

वर्ष	बिक्रियाँ (लाख ` में)
2008	8
2009	10
2010	9
2011	11
2012	11
2013	12

2008 को शून्य वर्ष मानकर, न्यूनतम-वर्ग उपनति-रेखा समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (ख) मात्थस के जनसंख्या संवृद्धि निदर्श की परिसीमाएँ लिखिए। (4)

4. एक उद्यान में पक्षियों की समष्टि स्थायी है। इस स्थिति से पहले, पक्षियों की समष्टि में प्रारंभिकतः निम्न स्तर से वृद्धि हुई। जब पक्षियों की समष्टि 1000 थी, तो आनुपातिक जन्म दर 40% प्रति वर्ष थी और आनुपातिक मृत्यु दर 5% प्रति वर्ष थी। जब समष्टि 3,000 थी, तब आनुपातिक जन्म दर 30% और आनुपातिक मृत्यु दर 10% थी। निम्नलिखित कल्पनाओं के आधार पर समष्टि निदर्श लीजिए: (10)

- (i) न तो प्रवसन हुआ है और न ही शिकार।
(ii) आनुपातिक जन्म दर समष्टि का एक ह्रासमान रैखिक फलन है।
(iii) आनुपातिक मृत्यु दर समष्टि का एक वर्धमान रैखिक फलन है।
दिखाइए कि

- (i) समष्टि में वृद्धिघात निदर्श के अनुसार वृद्धि होती है।
(ii) स्थायी समष्टि का आमाप ज्ञात कीजिए।
(iii) यदि समष्टि में 15% प्रति वर्ष की दर से पक्षियों का शिकार करने की अनुमति हो, तो नई साम्य समष्टि ज्ञात कीजिए।

5. (क) एक कण आमाप 6 मी. और अवधि 3.5 सेकण्ड से सरल आवर्त गति कर रहा है। कण का अधिकतम वेग ज्ञात कीजिए। (6)
(ख) शेरों की समष्टि में, आनुपातिक मृत्यु दर 0.55 प्रति वर्ष है और आनुपातिक जन्म दर 0.45 प्रति वर्ष है। समष्टि का निदर्श सूत्रिक कीजिए। निदर्श को हल कीजिए और इसके दीर्घकालिक व्यवहार की चर्चा कीजिए। निदर्श का संतुलन बिन्दु भी ज्ञात कीजिए। (4)
6. दो खिलाड़ियों की भुगतान सारणी नीचे दी गई है : (10)

खिलाड़ी B

1 2 3

$$\text{खिलाड़ी A} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{bmatrix} -4 & -2 & 6 \\ 3 & 0 & 3 \\ 6 & -3 & -5 \end{bmatrix}$$

- (i) खेल का पल्याण बिन्दु और मान ज्ञात कीजिए।
(ii) उपर्युक्त समस्या की दो तुल्य रैखिक प्रोग्रामन समस्याएँ दीजिए।
7. (क) प्रक्षेप वेग u_0 और प्रतिरोध mkv^2 वाले गुरुत्वाधीन उपरिमुखी गति का एक कण लीजिए। दिखाइए कि प्रक्षेप के बिन्दु से दूरी x और समय t पर वेग V निम्नलिखित अनुसार संबंधित है :

$$\frac{2gx}{V_t^2} = \ln \left(\frac{u_0^2 + V_t^2}{V^2 + V_t^2} \right), \text{ जहाँ } k = \frac{g}{V_t^2} \quad | \quad (6)$$

- (ख) एक उद्यकर्ता के लिए अल्पकालिक लागत फलन $q^3 - 8q^2 + 30q + 60$ है। वह कीमत ज्ञात कीजिए जिस पर उद्यमकर्ता एक आदर्श बाज़ार में उत्पादन रोक सकता है। पूर्ति फलन भी व्युत्पन्न कीजिए। (4)
8. (क) वास्तविक जीवन से निम्नलिखित प्रत्येक का एक उदाहरण पुष्टि सहित दीजिए : (6)
(i) अरैखिक निदर्श
(ii) प्रसंभाव्य निदर्श

(iii) रैखिक, निर्धारणात्मक निदर्श

(ख) एक सेवा केन्द्र में माध्य आगमन दर 3 प्रति घंटा है। सेवा के लिए माध्य सेवा काल 10 मिनट प्रति सेवा पाया गया। प्वासों आगमन और चरघातांकी सेवा काल मानकर निम्नलिखित ज्ञात कीजिए: (4)

(i) इस सेवा सुविधा के लिए उपयोगिता कारक,

(ii) प्रणाली में दो इकाइयों की प्रायिकता,

(iii) प्रणाली में इकाइयों की प्रत्याशित संख्या, तथा

(iv) प्रणाली में उपभोक्ता द्वारा घंटों में बिताया जाने वाला प्रत्याशित समय।

9. (क) दो स्पीशीज़ x और y के बीच सहकारी अन्वोन्यक्रिया का संगत निदर्श नीचे दिया गया है (6)

$$\frac{dx}{dt} = (4 - 2x + y)x$$

$$\frac{dy}{dt} = (4 + x - 2y)y.$$

निकाय के सभी साम्य बिन्दु ज्ञात कीजिए और इन बिन्दुओं पर निकाय के स्थायित्व की चर्चा कीजिए।

(b) मान लीजिए दिल्ली में एक कार की तिमाही बिक्री क्रमशः 2682, 2462 और 3012 है। पिछले आँकड़ों (इन तीन आँकड़ों बिन्दुओं से पहले) से एक सरल रेखा आसंजित की गई थी। रेखा पर अंतिम प्रेक्षित समय का संगत मान 2988 है और प्रवणता 80 है। $\alpha = \beta = 0.2$ मानकर ऊपर दिए गए तीन प्रेक्षणों के बाद की तिमाही अवधि में हाने वाली बिक्री का पूर्वानुमान लगाने के लिए ऊपर दिए गए तीन प्रेक्षणों पर आधारित चरघातांकी मसृणीकरण का प्रयोग कीजिए। (4)

10. अवकल समीकरण (10)

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI + \lambda S$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$

संपर्क से फैलने वाली बीमारी का निदर्शन करते हैं, जहाँ S सुग्राह्यों की संख्या है, I संक्रामकों की संख्या है, β संपर्क दर है, γ निष्कासन दर है और λ सुग्राह्यों की जन्म दर है।

(i) पता लगाइए कि दोनों अवकल समीकरणों के दाएँ पक्ष में कौन-से पद सुग्राह्यों के जन्म के कारण प्राप्त होते हैं।

(ii) उपर्युक्त दोनों अवकल समीकरणों द्वारा प्राप्त निदर्श पर चर्चा कीजिए। उपर्युक्त दोनों अवकल समीकरणों द्वारा प्राप्त निदर्श पर चर्चा कीजिए।