

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

विविक्त गणित

(1 जनवरी, 2021 से 31 दिसम्बर, 2021 तक वैध)

- परिक्षा फॉर्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।
- किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसके सत्रांत परीक्षा में बैठ नहीं सकते। अगर आप ऐसा करते तो उस पाठ्यक्रम का फरीक्षा फल रोक दिया जायेगा।

केवल बी. एससी. छात्रों के लिए।

- बी. एससी. कार्यक्रम में ऐच्छिक पाठ्यक्रम चार विषयों- रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान - में उपलब्ध है। ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के कुल क्रेडिट (56 या 64) कम से कम दो और अधिकतम चार विषयों, में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आप को कम से कम 8 क्रेडिट के ऐच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी विषय में आप अधिक से अधिक 48 क्रेडिट के ऐच्छिक पाठ्यक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमें से कम से कम 25 प्रतिशत प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए। उदाहरण के लिये यदि आप इन तीन विषयों में कुल 24 क्रेडिट के पाठ्यक्रम लेते हैं, तो इनमें से कम से कम 6 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठ्यक्रम के होने चाहिए।



विज्ञान विद्यापीठ

इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय

मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110 068

(2021)

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनायी गयी पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको सत्रीय कार्य करना होगा जो इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या:.....

नाम:.....

पता:.....

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या:

पाठ्यक्रम शीर्षक:

अध्ययन केंद्र:

दिनांक.....

(नाम तथा कोड)

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिए गए प्रारूप का सही अनुस्मरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुल्स्कैफ कागज़ का इस्तमाल करें जो ज़्यादा पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 सें. मी. की जगह छोड़ें।
- 4) प्रश्नों का उत्तर लिखते समय स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 5) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2021 तक ही वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2021 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप जनवरी, 2022 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 6) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।

आपके लिए हमारा सुझाव है कि अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

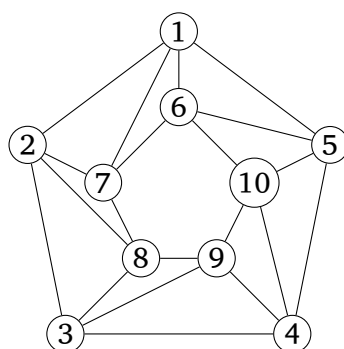
पाठ्यक्रम कोड: एम. टी. ई.-13
सत्रीय कार्य कोड: एम. टी. ई.-13/टी एम ए /2021
अधिकतम अंक: 100

1. निम्नलिखित में से कौनसे कथन सत्य और कौनसे असत्य हैं? अपने उत्तर के कारण दीजिए। (20)
 - i) ' $x^2 + y^2 - 3, 4$ से विभाज्य नहीं है।' एक गणितीय कथन है।
 - ii) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ से $\{a, b, c, d\}$ पर आच्छादक फलनों की संख्या $4!S_6^4$ है।
 - iii) किसी अनुक्रम का जनक फलन कभी भी एक बहुपद नहीं हो सकता।
 - iv) $K_{4,4}$ असमतलीय है।
 - v) विषम शीर्ष संख्या वाला प्रत्येक द्विभाजित ग्राफ अ-हैमिल्टोनीय होता है।
 - vi) $a_n = a_{\frac{n}{2}} + n, a_1 = 0$, जहाँ $n, 2$ की घात है, एक रैखिक पुनरावृत्ति संबंध है।
 - vii) अनुक्रम $\{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$ का जनक फलन $(1 - z)^{-2}$ है।
 - viii) यदि $\{a_n\}$ का जनक फलन $g(x)$ है, तो $\{b_n\}$ का जनक फलन $(1 - x)g(x)$ होगा, जहाँ $b_n = a_n - 1, \forall n$.
 - ix) यदि कोई ग्राफ अपने पूरक के तुल्यकारी है, तो उसमें विषम संख्या में शीर्ष होते हैं।
 - x) प्रत्येक 3-रंजनीय ग्राफ 4-रंजनीय होता है।
2. क) कथनों ' $2 + 3 = 5$ ' और 'सूरज पश्चिम से उगता है।' पर विचार कीजिए।
 - i) इन कथनों का वियोजन लिखिए और इसका सत्य मान बताइए।
 - ii) इन कथनों का योग लिखिए और इसका सत्य मान बताइए।
 - iii) इन कथनों का अपवर्जी वियोजन लिखिए और इसका सत्य मान बताइए। (3)ख) निम्नलिखित कथन को सिद्ध य असिद्ध कीजिए। (2)

“ यदि $m, a^n - b^n$ को विभाजित करता है तो $m, ab^n - ba^n$ को भी विभाजित करता है।”

ग) दिखाइए कि कोटि 1 वाले ठीक-ठीक दो शीर्षों वाला वृक्ष एक पथ होता है। (3)
घ) निम्नलिखित में से प्रत्येक कथन का विलोम लिखिए: (2)
 - i) यदि p एक अभाज्य संख्या है और a और b कोई दो प्राकृतिक संख्याएँ हैं और यदि p, a या b को विभाजित करती है, तो p, ab को भी विभाजित करेगी।
 - ii) किसी त्रिभुज $\triangle ABC$ में, यदि $AB^2 + AC^2 = BC^2$ है, तो $\angle BAC = 90^\circ$.
3. क) यदि पुनरावृत्ति संबंध $\alpha u_{n-1} + \beta u_{n-2} = f(n), (n \geq 2)$ का हल $u_n = 1 - 2n + 3 \cdot 2^n$ है, तो α, β और $f(n)$ के मान ज्ञात कीजिए। (6)
ख) एक बैंक आपको प्रतिवर्ष 4.5% ब्याज अदा करता है। इसके अतिरिक्त, वर्ष के अंत में (ब्याज अदा करने के बाद) आपको ₹100 का अधिलाभ भी प्राप्त होता है। यदि आप ₹2000/- निवेश करते हैं, तो n वर्ष के बाद प्राप्त धनराशि के लिए पुनरावृत्ति ज्ञात कीजिए। (4)
ग) यदि 2 से.मी. भुजा के एक वर्ग के अंदर 5 बिंदु चुने जाते हैं, तो दिखाइए कि हमेशा दो बिंदु ऐसे होंगे जिनके बीच की दूरी अधिकतम $\sqrt{2}$ से.मी. होगी। (5)
4. अ) एक पासे को दो बार उछाला जाता है और जो संख्याएँ ऊपर आती हैं उनके योगफल पर गौर किया जाता है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि योगफल या तो पूर्ण वर्ग है या पूर्ण घन है? (3)

ख) नीचे दिए गए ग्राफ पर गौर कीजिए:



- i) ग्राफ का कोटि अनुक्रम लिखिए।
- ii) इस ग्राफ में लंबाई 9 का एक चक्र दिखाइए।
- iii) क्या इसका कोई उपग्राफ पूर्ण ग्राफ है? यदि है, तो दिखाइए। (7)

5. क) व्यंजक $x_1 \vee x_2 \wedge x_3 \vee x_4$ को सर्वनिष्ठ प्रसामान्य समघात और सम्मिलन प्रसामान्य समघात में लिखिए। (5)

ख) अचर गुणांकों वाले उस रैखिक समघात पुनरावृत्ति संबंध का व्यापक हल ज्ञात कीजिए जिसके अभिलक्षणिक मूल 1, -2 और 3 हैं जिनकी बहुकताएं क्रमशः 2, 1 और 2 हैं। इस संबंध का एक असमघात भाग भी है जो 3^n और $(-2)^n$ के रैखिक संचय से बना है। (5)

6. क) जनक फलन के प्रयोग से सर्वसमिका

$$\sum_{k=0}^n \binom{r}{k} \binom{s}{n-k} = \binom{r+s}{n}.$$

को सिद्ध कीजिए। (5)

ख) यदि एक समतलीय ग्राफ का कोटि अनुक्रम $(2, 2, 2, 3, 4, 4, 5)$ है, तो इसमें कितने फलक होंगे? अपने उत्तर की जाँच के लिए, इस कोटि अनुक्रम और प्राप्त फलक संख्या से एक समतलीय ग्राफ आरेखित कीजिए। (5)

7. क) 0 से 999 (0 और 999 दोनों सम्मिलित) में से कितनी संख्याएं 7 या 11 से विभाज्य नहीं हैं? (4)

ख) 120 लोगों के सर्वे से निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त हुए:
90 के पास कार है, 35 के पास कंप्यूटर है, 40 के पास घर है, 32 के पास कार और घर है, 21 के पास घर और कंप्यूटर है, 26 के पास कार और कंप्यूटर है और 17 के पास तीनों सुविधाएं हैं।

- i) कितने लोगों के पास तीनों सुविधाओं में से कोई नहीं है?
- ii) कितने लोगों के पास केवल कार है?
- iii) कितने लोगों के पास केवल कंप्यूटर है? (6)

8. क) प्रारंभिक प्रतिबंधों $a_0 = 2, a_1 = 5$ के साथ, पुनरावृत्ति $a_n = 6a_{n-1} - 5a_{n-2} + 1$ के लिए जनक फलन ज्ञात कीजिए। (4)

ख) $3x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x$ को $[x]_4, [x]_3, [x]_2$ और $[x]$ के पदों में व्यक्त कीजिए। (3)

ग) निम्नलिखित विभाजनों के फेरर ग्राफ बनाइए:

i) $20 = 9 + 6 + 3 + 2$

ii) $28 = 10 + 9 + 8 + 1$

प्रत्येक विभाजन का संयुग्मी विभाजन भी लिखिए।

(5)

घ) जाँच कीजिए कि नीचे दिया हुआ ग्राफ क्रान्तिक है या नहीं।

(3)

